$$A = (K, \Sigma, \Pi, \delta, q_0, Z_0, F)$$

$K = \{q_0, q_a, q_b, \overline{q_a}\}$ $\Sigma = \{a, b\}$ $\Pi = \{a, b, Z_0, \overline{a}\}$, $F = \{q_0\}$

a prechodová fcia spĺňa

$$\cancel{\delta(q_0, a, Z_0) = \{(q_a, Z_0 a)\}}$$
$$\cancel{\delta(q_0, b, Z_0) = \{(q_b, Z_0 \overline{a}\overline{a})\}}$$
$$\cancel{\delta(q_a, a, a) = \{(q_a, aa)\}}$$
$$\cancel{\delta(q_a, b, a) = \{(\overline{q_a}, \varepsilon)\}}$$
$$\cancel{\delta(\overline{q_a}, a, a) = \{(\overline{q_a}, aa)\}}$$
$$\cancel{\delta(\overline{q_a}, \varepsilon, a) = \{(\overline{q_a}, \varepsilon)\} \quad \{(q_a, \varepsilon)\}}$$
$$\cancel{\delta(\overline{q_a}, \varepsilon, Z_0) = \{(q_b, Z_0 a)\}}$$

$$\delta(q_0, a, Z_0) = \{(q_a, Z_0 a)\} \quad (1)$$
$$\delta(q_0, b, Z_0) = \{(q_b, Z_0 \overline{a}\overline{a})\} \quad (2)$$
$$\delta(q_b, b, \overline{a}) = \{(q_b, \overline{a}\overline{a}\overline{a})\} \quad (3)$$
$$\delta(q_b, a, \overline{a}) = \{(q_b, \varepsilon)\} \quad (4)$$
$$\delta(q_b, \varepsilon, Z_0) = \{(q_0, Z_0)\} \quad (5)$$
$$\delta(q_a, a, a) = \{(q_a, aa)\} \quad (6)$$
$$\delta(q_a, b, a) = \{(\overline{q_a}, \varepsilon)\} \quad (7)$$
$$\delta(q_a, \varepsilon, Z_0) = \{(q_0, Z_0)\} \quad (8)$$
$$\delta(\overline{q_a}, \varepsilon, Z_0) = \{(q_b, Z_0 \overline{a})\} \quad (9)$$
$$\delta(\overline{q_a}, \varepsilon, a) = \{(q_a, \varepsilon)\} \quad (10)$$

a iné prechody neexistujú.

Udržiavame nasledovný invariant: $(q_0, w, Z_0) \Rightarrow_A^* (q_0, \varepsilon, Z_0)$ práve vtedy, keď $\#_a w = 2\#_b w$.

Keďže jedno a-čko zodpovedá 2 b-čkam, za každé prečítané a si na zásobník pamätáme a a za každé b dve falošné $\overline{a}$. Akonáhle by sa mali vybiť, pomažeme ich.

v (1) a (2) na podľa nasl. písmena rozhodneme, čo ideme vkladať na zásobník. q_a označuje stav, v ktorom „prevažujú" a-čka, q_b v ktorom „prevažujú" b-čka, q_0 je „rovnováha". $\bar{q}_a$ je vtedy, keď už sme vybili jedno a s jedným $\bar{a}$, no ešte nám zostalo ďalšie $\bar{a}$. Ak ho vieme vybiť zo zásobníka, urobíme to hneď (10). Inak ho dáme na zásobník a prejdeme do prevahy b (9).

Očividne sa do q_0 vrátime vždy vtedy, keď je prázdny zásobník => rovnováha. □

(3) ak v q_b stále čítame b, pridávame po 2 $\bar{a}$ na zásobník
(4) ak už čítame a a máme to s čím vybiť, vybijeme to
(5) ak nemáme s čím vybíjať, rovnováha => ideme do q_0

(6) ak v q_a stále čítame a, pridávame na zásobník
(7) ak čítame b a máme aspoň jedno $\bar{a}$ s čím vybiť, vybijeme ho a prejdeme do $\bar{q}_a$ (ešte treba vybiť jedno)
(8) ak nemáme s čím vybíjať => rovnováha => q_0

(9) ak sme v $\bar{q}_a$ (treba vybiť ešte jedno $\bar{a}$ s a) a nemáme s čím vybíjať, zapíšeme $\bar{a}$ a prejdeme do q_b
(10) ak máme s čím vybiť, vybijeme a vrátime sa do q_a.

10

(3) Lukáš Gáborík

~~Ukážeme, že L nie je regulárny. Uvažujme a-prekladač $M_1 = (K_1, \Sigma_1, \Sigma_2, H, q_0, F)$, pričom $K_1 = \{q_0, q_1\}$, $\Sigma_1 = \{a, c\}$, $\Sigma_2 = \{a, b\}$, $F = \{q_1\}$ a $H = \{(q_0, a, a, q_0), (q_0, c, \varepsilon, q_1), (q_1, a, b, q_1)\}$. Očividne $M_1(L) = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\} \notin R$, a keďže regulárne jazyky sú uz. na zobr. a-pr., ak by $L \in R$, tak aj $M_1(L) \in R$, spor. Preto $\boxed{L \notin R.}$~~

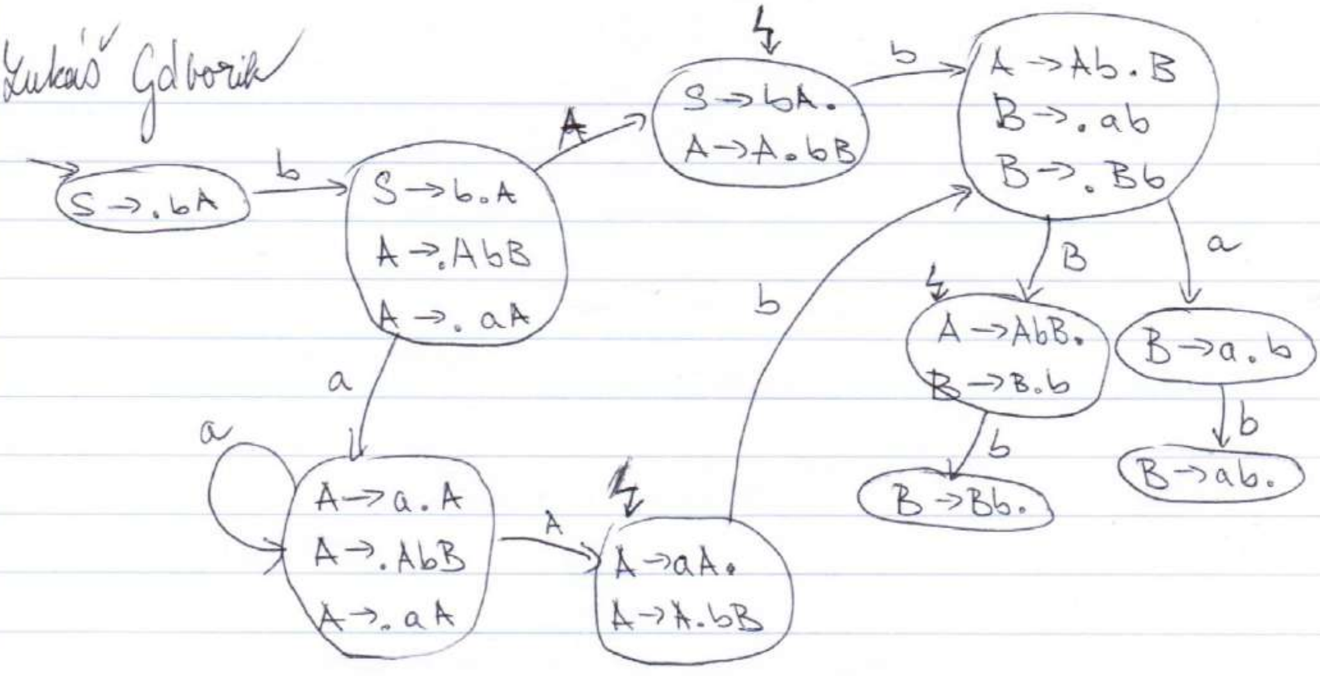
Očividne $\boxed{L \in \mathcal{L}_{CF}.}$ Uvažujme gramatiku $G = (N, T, P, \sigma)$, kde $N = \{\sigma\}$, $T = \{a, c\}$, $P = \{\sigma \to a\sigma a \mid c\}$. Je zrejmé, že $L(G) = L$.

Tvrdíme, že $L' = \{ab^{2k}ac^kad^{7k}a\} \notin \mathcal{L}_{CF}$. Pre spor, nech $L' \in \mathcal{L}_{CF}$. Potom uvažujme a-pr. $M' = (K, \Sigma_1, \Sigma_2, H, q_0, F)$ t. j. $K = \{q_0\}$, $\Sigma_1 = \{a, b, c, d\}$, $\Sigma_2 = \{a, b, c\}$, $F = \{q_0\}$ a $H = \{(q_0, a, \varepsilon, q_0), (q_0, bb, a, q_0), (q_0, c, b, q_0), (q_0, d^7, c, q_0)\}$. Je zrejmé, že $M'(L') = \{a^k b^k c^k \mid k \in \mathbb{N}\}$. Keďže $\mathcal{L}_{CF}$ sú uz. na zobr. a-pr., tak $M'(L') \in \mathcal{L}_{CF}$. Avšak vieme, že $\{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\} \notin \mathcal{L}_{CF}$, spor. Preto $\boxed{L' \notin \mathcal{L}_{CF}.}$

Pre spor predpokladajme, že $\exists$ a-pr. M t. ž. $M(L) = L'$. Z uz. $\mathcal{L}_{CF}$ na zobr. a-pr. opäť plynie $L' = M(L) \in \mathcal{L}_{CF}$, spor. Preto taký a-pr. neexistuje. $\square$

10

5 Lukáš Gáborík



~~Gramatika~~ Gramatika nie je LR(0), lebo v stavoch označených ↯ by sa ~~DKA~~ deterministický položkový automat nevedel rozhodnúť, či má posúvať alebo redukovať.

10