

SADA ÚLOH NA CVIČENIE 10

Slovo na úvod

Ak úloha znie „skonštruujte Turingov stroj“, očakáva sa od vás poriadna formálna konštrukcia Turingovho stroja a následné poriadne slovné zdôvodnenie jej správnosti. Vaše slovné zdôvodnenie by malo do dostatočného detailu vysvetlovať myšlienku vašej konštrukcie a rovnako by malo byť z neho jasné, prečo táto myšlienka funguje a prečo vaša konštrukcia realizuje danú fungujúcu myšlienku. Taktiež sa očakáva, že stavy budú pomenované rozumne. Rozumne znamená, že z názvu stavu bude čitateľovi vášho riešenia jasné, na čo ten stav slúži. Rozumné názvy stavov môžu vyzerať napríklad takto: q_{GO_BACK} , q_{FIND_A} . Ak váš stroj potrebuje 5 stavov, je veľmi nerozumné ich pomenovať q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 . Všetko uvedené platí aj keď potrebujete skonštruovať Turingov stroj v rámci nejakej úlohy, ktorá explicitne v zadaní nemá uvedené „skonštruujte Turingov stroj“, napríklad pri dokazovaní uzáverových vlastností triedy \mathcal{L}_{RE} . Dobrý príklad, ako vyzereá konštrukcia Turingovho stroja a následné zdôvodnenie jeho správnosti môžete nájsť na stránke predmetu v časti *Riešenia*.

Definície:

- Pod $bin(n)$ rozumieme binárny zápis čísla n .
- *Odmocnina jazyka*. $\sqrt{L} = \{w \mid ww \in L\}$.

-
1. Dokážte alebo vyvráťte: Jazyk $L = \{a^n b^m c^n d^m \mid n, m > 0\}$ je bezkontextový.
 2. Definujme operáciu $zrk(L)$ nasledovne:

$$zrk(L) = \{ww^R \mid w \in L\}.$$

Rozhodnite a dokážte, či je trieda \mathcal{L}_{CF} uzavretá na operáciu zrk .

3. Skonštruujte deterministický Turingov stroj akceptujúci jazyk

$$L = \{a^n b^m c^n d^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}.$$

4. Skonštruujte deterministický Turingov stroj akceptujúci jazyk

$$L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}, i < j \wedge i < k\}.$$

5. Skonštruujte nasledovné dva deterministické Turingové stroje:

- Taký, ktorý keď spustíme v konfigurácii $q_0 w$, tak túto konfiguráciu prerobí na konfiguráciu $\hat{B} q_{hotovo} w w \hat{B}$ a zastane. Slovo w uvažujte nad abecedou $\{a, b\}$.
- Taký, ktorý keď spustíme v konfigurácii $w_1 q_0 w_2$, tak túto konfiguráciu prerobí na konfiguráciu $\hat{B} w_1 q_{hotovo} c w_2 \hat{B}$ a zastane. Slová w_1, w_2 uvažujte nad abecedou $\{a, b\}$

Symbol \hat{B} je špeciálny symbol, ktorý DTS môže zapisovať.

6. Skonštruujte DTS A , ktorý keď spustíme v konfigurácii $q_0 a^{2n}$, tak túto konfiguráciu prerobí na $\hat{B} q_{hotovo} a^n b^n \hat{B}$ a zastavne.
7. Skonštruujte DTS A , ktorý keď spustíme na slove $bin(n)$ $n \in \mathbb{N}$, tak ho prepíše na slovo $bin(n+1)$ a zastaví v špeciálnom stave q_{hotovo} . Výsledná konfigurácia so slovom $bin(n+1)$ môže obsahovať „falošné blanky“ podľa potreby.

8. Hovoríme, že DTS je v *pohyblivom normálnom tvare* ak platí, že v každom kroku presunie čítaciu hlavu buď dolava alebo doprava. Formálne o prechodovej funkcii platí

$$\delta : K \times (\Gamma \cup \{B\}) \rightarrow K \times \Gamma \times \{1, -1\}.$$

K ľubovoľnému DTS A zostrojte DTS B v *pohyblivom normálnom tvare* a poriadne slovne odargumentujte správnosť konštrukcie.

DTS v *pohyblivom normálnom tvare* môže prípade potreby zapisovať „blank“. Čo by sa zmenilo, ak by nemohol?

9. Dokážte, že trieda jazykov rozpoznávaných deterministickými Turingovými strojmi je uzavretá na operáciu odmocnina ($\sqrt{\quad}$).