

SADA ÚLOH NA CVIČENIE 10

Vysvetlenia:

Pod „poriadnym zdôvodnením“ sa myslí také slovné zdôvodnenie, podľa ktoré čitateľ nemá najmenší problém dovidieť, ako by bolo treba postupovať, keby chceme spraviť podrobný formálny dôkaz. Toto zdôvodnenie spravidla vysvetľuje hlavné myšlienky potrebné pre dôkaz a vynecháva technické časti dôkazu (napríklad dôkazy pomocných tvrdení indukciou). Pokiaľ treba *poriadne zdôvodniť* správnosť konštrukcie, očakáva sa, že toto zdôvodnenie rozdelíte do dvoch inklúzií a obe poriadne slovne zdôvodníte. Teda bude jasné, že automat/gramatika ktorý ste skonštruovali akceptuje všetko čo má, ale nič navyše. Za poriadne zdôvodnenie sa rozhodne nepovažuje text na úrovni „to jednoducho vyjde“. Príklady formulácií, ktoré sú prípustné v slovnom zdôvodňovaní riešení:

- Z prechodovej funkcie vidno, že automat dokáže na vstupe so správnym prefixom prejsť do stavu q_{prefix} . Taktiež z prechodovej funkcie vidno, že ak za týmto prefixom nasleduje správny počet symbolov a , tak stroj prejde do stavu q_{hotovo} a preto stroj akceptuje všetky slová, ktoré treba.
 - Je zjavné, že ak automat prečíta symbol c , prejde do stavu $q_{vyhadzuj}$. V momente, keď príde do tohto stavu platí, že počet symbolov na zásobníku je rovný počtu symbolov b prečítaných pred prvým symbolom c . Ďalej bude výpočet pokračovať tak že ...vysvetlenie ako bude pokračovať výpočet.... Z toho je zjavné, že akceptujeme iba slová z jazyka L .
-

1. Nech $G = (N, T, P, \sigma)$ je bezkontextová gramatika s $N = \{\sigma, \alpha, \beta\}$, $T = \{a, b\}$ a

$$\begin{aligned} P = \{ & \sigma \rightarrow a\sigma\alpha\beta a \mid b\beta\beta \mid b \\ & \alpha \rightarrow a\alpha \mid \alpha\beta\beta \\ & \beta \rightarrow b\beta b \mid ab \mid \varepsilon \}. \end{aligned}$$

Štandardnou konštrukciou zostrojíte zásobníkový automat A taký, že $N(A) = L(G)$.

2. Nech $G = (N, T, P, \sigma)$ je bezkontextová gramatika s $N = \{\sigma, \alpha, \beta\}$, $T = \{a, b\}$ a

$$\begin{aligned} P = \{ & \sigma \rightarrow a\sigma\alpha\beta \mid b\beta b \mid a \\ & \alpha \rightarrow a\alpha \mid \alpha\beta \\ & \beta \rightarrow b\beta\alpha \mid a \mid \varepsilon \}. \end{aligned}$$

Štandardnou konštrukciou zostrojíte zásobníkový automat A taký, že $N(A) = L(G)$.

3. Nech $A = (K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ je zásobníkový automat s $K = \{q_0, q_1, q_2\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{Z_0, X, Y\}$, $F = \emptyset$ a prechodovou funkciou δ obsahujúcou nasledujúce prechody:

$$\begin{aligned} \delta(q_1, b, Z_0) & \ni (q_2, XYY), \\ \delta(q_0, a, Y) & \ni (q_2, \varepsilon), \\ \delta(q_2, \varepsilon, X) & \ni (q_1, Z_0). \end{aligned}$$

Nech $G = (N, T, P, \sigma)$ je bezkontextová gramatika taká, že $L(G) = N(A)$ pričom G je zostrojená štandardným postupom z prednášky. Nájdite všetky pravidlá gramatiky G , ktoré sa dostanú do P , ak poznáte hore uvedenú časť definície prechodovej funkcie.

4. Nech $A = (K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ je zásobníkový automat s $K = \{q_0, q_1, q_2\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{Z_0, X, Y, Z\}$, $F = \emptyset$ a prechodovou funkciou δ obsahujúcou nasledujúce prechody:

$$\delta(q_0, a, X) \ni (q_2, XYZ),$$

$$\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) \ni (q_0, \varepsilon),$$

$$\delta(q_2, b, Y) \ni (q_2, XX).$$

Nech $G = (N, T, P, \sigma)$ je bezkontextová gramatika taká, že $L(G) = N(A)$ pričom G je zostrojená štandardným postupom z prednášky. Nájdite všetky pravidlá gramatiky G , ktoré sa dostanú do P , ak poznáte hore uvedenú časť definície prechodovej funkcie.

5. Zostrojte PDA, ktorý bude akceptovať stavom jazyk

$$L(A) = \{wa^i vb^j uc^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}^+ \wedge i - j \geq k \wedge w, v, u \in \{a, b, c\}^*\}.$$

Správnosť svojej konštrukcie poriadne zdôvodnite.

6. Zostrojte PDA, ktorý bude akceptovať prázdnu pamäťou jazyk

$$N(A) = \{bin(n)bin(3n)^R \mid n \in \mathbb{N}\}$$

kde $bin(n)$ reprezentuje binárny zápis čísla n . Správnosť svojej konštrukcie poriadne zdôvodnite.

7. Pomocou PDA dokážte, že trieda \mathcal{L}_{CF} je uzavretá na iteráciu.
 8. Pomocou PDA dokážte, že trieda \mathcal{L}_{CF} je uzavretá na zretáženie.
 9. Definujme operáciu $Pref(L)$ nasledovne:

$$Pref(L) = \{w \mid \exists v \in \Sigma_L^*, wv \in L\}$$

Pomocou PDA dokážte, že trieda \mathcal{L}_{CF} je uzavretá na operáciu $Pref$.