Algoritmy a Dátové Štruktúry

Jana Katreniaková
katreniakova@dcs.fmph.uniba.sk

Základné pojmy

Algoritmus

Postupnosť konečného počtu elementárnych krokov vedúca k vyriešeniu daného typu lohy

- Ako uvariť čaj?
- Ako sčítať dve celé čísla v desiatkovej sústave?
- Ako nájsť najväčšieho spoločného deliteľa dvoch čísel
- Ako riešiť Sudoku

Správnosť algoritmu

- Keď program dáva "správne"výsledky.
- Keď vždy skončí.

Základné pojmy

Algoritmus

Postupnosť konečného počtu elementárnych krokov vedúca k vyriešeniu daného typu lohy

- Ako uvariť čaj?
- Ako sčítať dve celé čísla v desiatkovej sústave?
- Ako nájsť najväčšieho spoločného deliteľa dvoch čísel
- Ako riešiť Sudoku

Správnosť algoritmu

- Keď program dáva "správne"výsledky.
- Keď vždy skončí.

Zložitosť algoritmu

Miera zložitosti – čo vlastne meriame

- Čas, pamäť, počet artimetických operácii, ... X

Parameter – v závislosti od čoho

- Veľkosť vstupu (môže byť viac parametrov) ... N

Zložitosť je funkcia f ktorá pre parameter vstupu N udáva koľko X spotrebuje algoritmus pri riešení problému.

Zložitosť algoritmu

Miera zložitosti – čo vlastne neriame

- Čas, pamäť, počet artimetických operácii, ... X

Parameter – v závislosti od čoho

- Veľkosť vstupu (môže byť viac parametrov) ... N

Zložitosť je funkcia f ktorá pre parameter vstupu N udáva koľko X spotrebuje algoritmus pri riešení problému.

Zložitosť algoritmu

Miera zložitosti – čo vlastne neriame

- Čas, pamäť, počet artimetických operácii, ... X

Parameter – v závislosti od čoho

- Veľkosť vstupu (môže byť viac parametrov) ... N

Zložitosť je funkcia f ktorá pre parameter vstupu N udáva koľko X spotrebuje algoritmus pri riešení problému.

Zložitosť algoritmu – príklady

Hľadanie maxima z N čísel

```
MAXIMUM(N)
Read(x);max←x;
for i← 1 to N
do Read(x);
      if x>max
         then max←x;
Write(max);
```

Čas? Pamäť?

Zložitosť algoritmu – príklady

Výpočet *N*!

```
FAKTORIAL(N)
Read(x);x← 1;
for i← 1 to N
do x←x∗i;
Write(x);
```

Čas? Pamäť?

Naozaj? $13! = 6227020800 > 2147483647 = 2^{31} - 1$

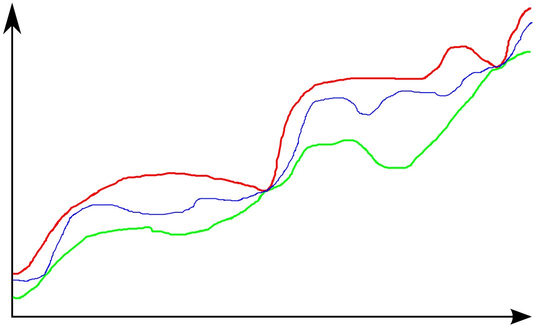
Zložitosť algoritmu – príklady

Vloženie čísla do už utriedenej postupnosti

```
INSERT(x,N)
i←N;
while (i > 0) ∧ (x < A[i])
do A[i+1]←A[i];
    i←i−1;
A[i+1]←x;
N←N+1;
```

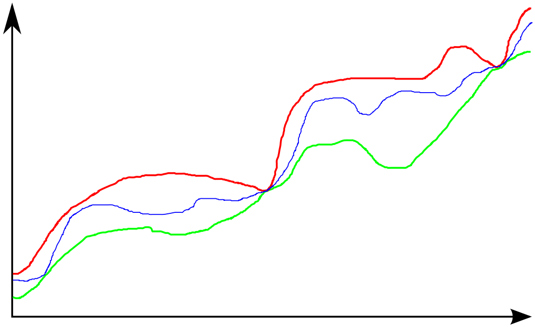
Čas? To závisí od tých čísel...
Zvyčajne sa potom budeme baviť o najlepšom resp. najhoršom prípade

Najhorší, priemerný, najlepší prípad



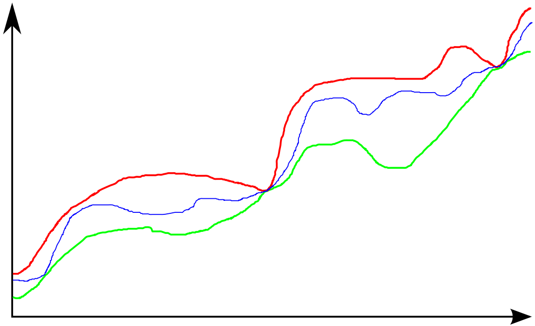
- Najhorší prípad – worstcase
- Najlepší prípad – bestcase
- Priemerný prípad – averagecase

Najhorší, priemerný, najlepší prípad



- Najhorší prípad – worstcase
- Najlepší prípad – bestcase
- Priemerný prípad – averagecase

Najhorší, priemerný, najlepší prípad



- Najhorší prípad – worstcase
- Najlepší prípad – bestcase
- Priemerný prípad – averagecase

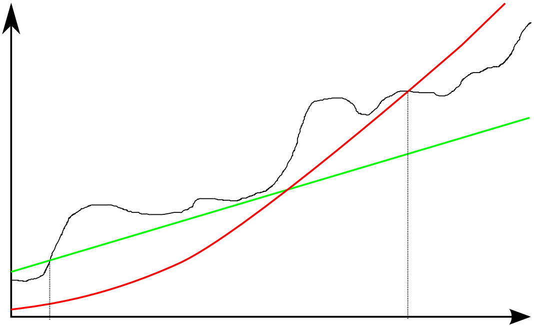
Zložitosť algoritmu – príklady

Utriedenie postupnosti

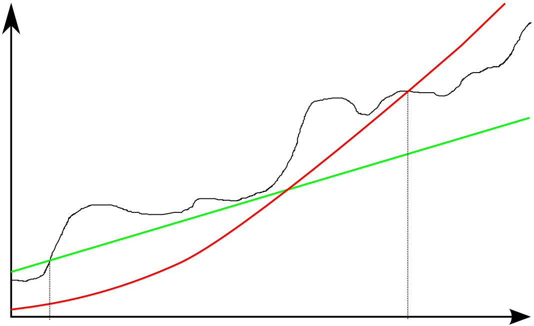
```
INSERTSORT(N)
for j ← 2 to N
do x←A[j];
      INSERT(x,j-1);
```

Keď chceme rátať presne je to hnusné! (a to je iba jednoduchý program)

Asymptotická zložitosť $\mathcal{O}$

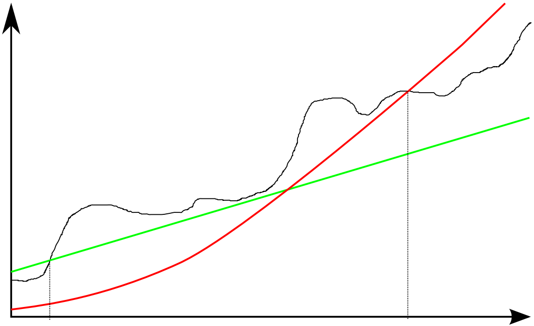


- $\mathcal{O}$-notácia
  $\mathcal{O}(g(n)) = \{ \ f(n) \mid \exists c, n_0 : \ \forall n > n_0 : \ 0 \leq f(n) \leq c.g(n) \ \}$
- príklad: $2n + 6$ – patrí do $\mathcal{O}(n)$
- príklad: $2n^2 + 6n - 3 = \mathcal{O}(n^2)$?
- príklad: $2n^2 + 6n - 3 \in \mathcal{O}(n^3)$?



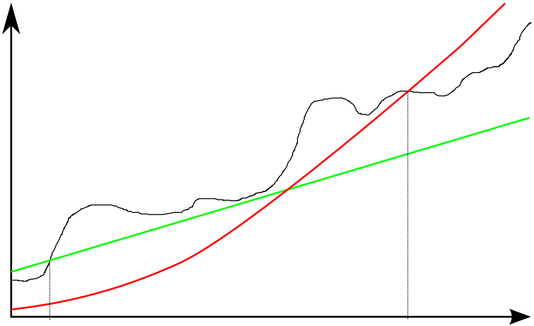
- $\mathcal{O}$-notácia
  $\mathcal{O}(g(n)) = \{\ f(n) \mid \exists c, n_0 :\ \forall n > n_0 :\ 0 \leq f(n) \leq c.g(n)\ \}$
- príklad: $2n + 6$ – patrí do $\mathcal{O}(n)$
- príklad: $2n^2 + 6n - 3 = \mathcal{O}(n^2)$?
- príklad: $2n^2 + 6n - 3 \in \mathcal{O}(n^3)$?

Asymptotická zložitosť $\mathcal{O}$



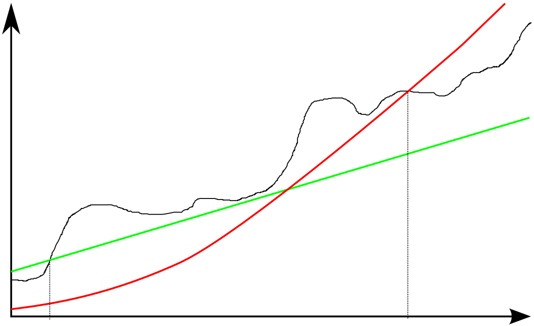
- $\mathcal{O}$-notácia
  $\mathcal{O}(g(n)) = \{\ f(n) \mid \exists c, n_0 :\ \forall n > n_0 :\ 0 \leq f(n) \leq c.g(n)\ \}$
- príklad: $2n + 6$ – patrí do $\mathcal{O}(n)$
- príklad: $2n^2 + 6n - 3 = \mathcal{O}(n^2)$?
- príklad: $2n^2 + 6n - 3 \in \mathcal{O}(n^3)$?

Asymptotická zložitosť $\mathcal{O}$



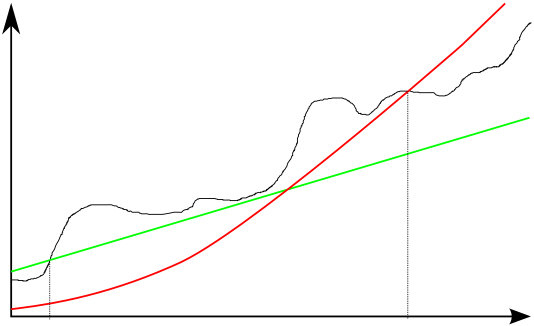
- $\mathcal{O}$-notácia
  $\mathcal{O}(g(n)) = \{\ f(n) \mid \exists c, n_0 :\ \forall n > n_0 :\ 0 \leq f(n) \leq c.g(n)\ \}$
- príklad: $2n + 6$ – patrí do $\mathcal{O}(n)$
- príklad: $2n^2 + 6n - 3 = \mathcal{O}(n^2)$?
- príklad: $2n^2 + 6n - 3 \in \mathcal{O}(n^3)$?

Asymptotická zložitosť Ω



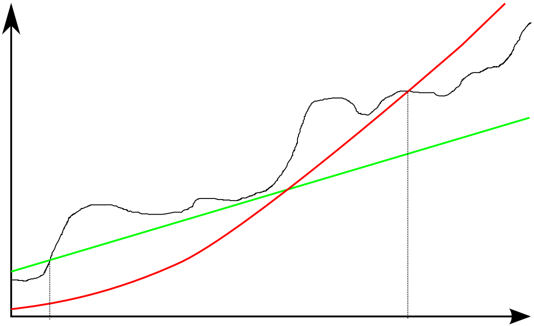
- Ω-notácia
  $\Omega(g(n)) = \{ f(n) \mid \exists c, n_0 : \ \forall n > n_0 : \ 0 \leq c.g(n) \leq f(n) \}$
- príklad: $2n + 6$ – patrí do $\Omega(n)$
- príklad: $2n^2 + 6n - 3 \in \Omega(n)$?

Asymptotická zložitosť Ω



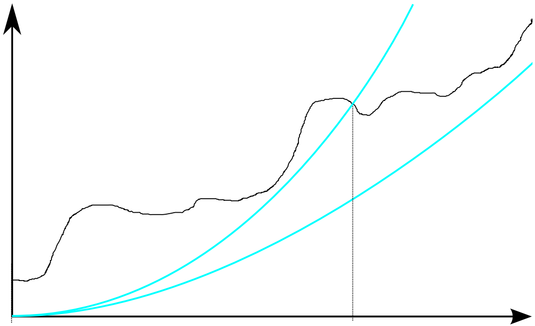
- Ω-notácia
  $\Omega(g(n)) = \{\ f(n) \mid \exists c, n_0 :\ \forall n > n_0 :\ 0 \leq c.g(n) \leq f(n)\ \}$
- príklad: $2n + 6$ – patrí do $\Omega(n)$
- príklad: $2n^2 + 6n - 3 \in \Omega(n)$?

Asymptotická zložitosť Ω



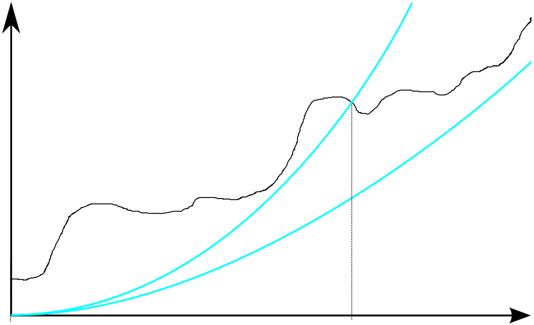
- Ω-notácia
  $\Omega(g(n)) = \{ f(n) \mid \exists c, n_0 : \ \forall n > n_0 : \ 0 \leq c.g(n) \leq f(n) \}$
- príklad: $2n + 6$ – patrí do $\Omega(n)$
- príklad: $2n^2 + 6n - 3 \in \Omega(n)$?

Asymptotická zložitosť Θ



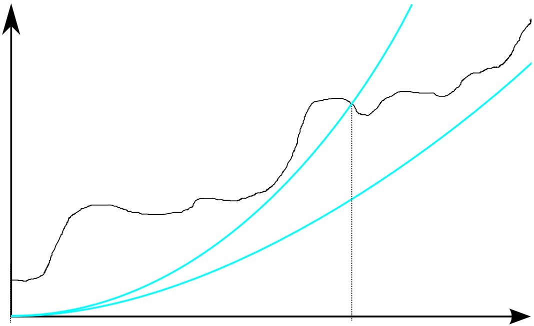
- Θ-notácia
  $\Theta(g(n)) = \{\ f(n) \mid \exists c, d, n_0 :\ \forall n > n_0 :\ 0 \leq c.g(n) \leq f(n) \leq d.g(n)\ \}$
- príklad: $2n + 6$ – patrí do $\Theta(n)$
- príklad: $2n^2 + 6n - 3 \in \Theta(n)$? $\Theta(n^3)$? $\Theta(n^2)$?

Asymptotická zložitosť Θ



- Θ-notácia
  $\Theta(g(n)) = \{\ f(n) \mid \exists c, d, n_0 :\ \forall n > n_0 :\ 0 \leq c.g(n) \leq f(n) \leq d.g(n)\ \}$
- príklad: $2n + 6$ – patrí do $\Theta(n)$
- príklad: $2n^2 + 6n - 3 \in \Theta(n)$? $\Theta(n^3)$? $\Theta(n^2)$?

Asymptotická zložitosť Θ



- Θ-notácia
  $\Theta(g(n)) = \{\ f(n) \mid \exists c, d, n_0 :\ \forall n > n_0 :\ 0 \leq c.g(n) \leq f(n) \leq d.g(n)\ \}$
- príklad: $2n + 6$ – patrí do $\Theta(n)$
- príklad: $2n^2 + 6n - 3 \in \Theta(n)$? $\Theta(n^3)$? $\Theta(n^2)$?

Asymptotická zložitosť algoritmu

- Hľadanie čo najtesnejšieho odhadu
- Pozor na odlišovanie worst-case vs. best-case a $\mathcal{O}$ vs. Ω
- Na cvičeniach: príklady na asymptotické odhady, spôsoby zápisu

Asymptotická zložitosť algoritmu

- Hľadanie čo najtesnejšieho odhadu
- Pozor na odlišovanie worst-case vs. best-case a $\mathcal{O}$ vs. Ω
- Na cvičeniach: príklady na asymptotické odhady, spôsoby zápisu

Asymptotická zložitosť algoritmu

- Hľadanie čo najtesnejšieho odhadu
- Pozor na odlišovanie worst-case vs. best-case a $\mathcal{O}$ vs. Ω
- Na cvičeniach: príklady na asymptotické odhady, spôsoby zápisu