

## Sada úloh na cvičenie č. 12

### Úlohy

1. Formálne skonštruujte deterministický Turingov stroj  $B$ , ktorý každý vstup v podobe kódu  $\langle A \rangle$  deterministického Turingovho stroja  $A$  nad vstupnou abecedou  $\{0, 1\}$  prerobí na kód  $\langle A' \rangle$  nejakého deterministického Turingovho stroja  $A'$  takého, že  $L(A') = L(A) \cup \{\varepsilon\}$  a zastaví sa. Môžete predpokladať, že vstupom je „zmysluplný“ kód stroja  $A$ .
2. Uvažujme rozhodovací problém daný nasledovne:  
**Vstup:** Kód  $\langle A \rangle$  deterministického Turingovho stroja  $A$  nad vstupnou abecedou  $\{0, 1\}$ ; slovo  $w \in \{0, 1\}^*$ .  
**Výstup:** „Áno“ práve vtedy, keď  $w^R \in L(A)$ .  
Zistite, či je uvedený problém rozhodnuteľný. Ak nie, je aspoň rekurzívne vyčísliteľný? Svoje tvrdenia dokážte.
3. Uvažujme rozhodovací problém daný nasledovne:  
**Vstup:** Kód  $\langle A \rangle$  deterministického Turingovho stroja  $A$  nad vstupnou abecedou  $\{0, 1\}$ ; slovo  $w \in \{0, 1\}^*$ .  
**Výstup:** „Áno“ práve vtedy, keď  $w^R \notin L(A)$ .  
Zistite, či je uvedený problém rozhodnuteľný. Ak nie, je aspoň rekurzívne vyčísliteľný? Svoje tvrdenia dokážte.
4. Uvažujme rozhodovací problém daný nasledovne:  
**Vstup:** Kód  $\langle A \rangle$  deterministického Turingovho stroja  $A$  nad vstupnou abecedou  $\{0, 1\}$ ; slovo  $w \in \{0, 1\}^*$ .  
**Výstup:** „Áno“ práve vtedy, keď stroj  $A$  urobí na slove  $w$  aspoň  $10^{1000}$  krokov.  
Zistite, či je uvedený problém rozhodnuteľný. Ak nie, je aspoň rekurzívne vyčísliteľný? Svoje tvrdenia dokážte.
5. Uvažujme rozhodovací problém daný nasledovne:  
**Vstup:** Kód  $\langle A \rangle$  deterministického Turingovho stroja  $A$  nad vstupnou abecedou  $\{0, 1\}$ ; slovo  $w \in \{0, 1\}^*$ .  
**Výstup:** „Áno“ práve vtedy, keď existuje slovo  $u \in \{0, 1\}^*$  také, že  $w = 10u$  a  $u \in L(A)$ .  
Zistite, či je uvedený problém rozhodnuteľný. Ak nie, je aspoň rekurzívne vyčísliteľný? Svoje tvrdenia dokážte.
6. Uvažujme rozhodovací problém daný nasledovne:  
**Vstup:** Kód  $\langle A \rangle$  deterministického Turingovho stroja  $A$  nad vstupnou abecedou  $\{0, 1\}$ ; slovo  $w \in \{0, 1\}^*$ .  
**Výstup:** „Áno“ práve vtedy, keď  $10w \in L(A)$ .  
Zistite, či je uvedený problém rozhodnuteľný. Ak nie, je aspoň rekurzívne vyčísliteľný? Svoje tvrdenia dokážte.
7. Uvažujme rozhodovací problém daný nasledovne:  
**Vstup:** Kód  $\langle A \rangle$  deterministického Turingovho stroja  $A$  nad vstupnou abecedou  $\{0, 1\}$ ; slovo  $w \in \{0, 1\}^*$ ; kód  $\langle q \rangle$  nejakého stavu  $q$  stroja  $A$ .  
**Výstup:** „Áno“ práve vtedy, keď sa stroj  $A$  na vstupe  $w$  zastaví v stave  $q$ .  
Zistite, či je uvedený problém rozhodnuteľný. Ak nie, je aspoň rekurzívne vyčísliteľný? Svoje tvrdenia dokážte.

8. Uvažujme rozhodovací problém daný nasledovne:

**Vstup:** Kód  $\langle A \rangle$  deterministického Turingovho stroja  $A$  nad vstupnou abecedou  $\{0, 1\}$ ; slovo  $w \in \{0, 1\}^*$ ; kód  $\langle q \rangle$  nejakého stavu  $q$  stroja  $A$ .

**Výstup:** „Áno“ práve vtedy, keď sa stroj  $A$  na vstupe  $w$  zastaví v stave rôznom od  $q$ .

Zistite, či je uvedený problém rozhodnuteľný. Ak nie, je aspoň rekurzívne vyčísliteľný? Svoje tvrdenia dokážte.

9. Dokážte, že existuje jazyk, ktorý nemožno s použitím všeobecne platného matematického formalizmu opísať v PDF dokumente vytvorenom pomocou systému L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.