

## Sada úloh na cvičenie č. 11

### Definície

Symbolom  $\mathcal{L}_{eDPDA}$  budeme označovať triedu jazykov akceptovaných deterministickými zásobníkovými automatmi *prázdnyim zásobníkom*.

### Úlohy

1. Označme symbolom  $\mathcal{L}_{UCF}$  triedu všetkých jednoznačných bezkontextových jazykov. Porovnajete triedy jazykov  $\mathcal{L}_{UCF}$  a  $\mathcal{L}_{detCF}$  a svoje tvrdenia dokážte.

2. Nech  $L$  je jazyk. *Ľavý cyklický posun* jazyka  $L$  je jazyk  $shl(L)$  daný ako

$$shl(L) = \{uc \mid u \in \Sigma_L^*; c \in \Sigma_L; cu \in L\} \cup (\{\varepsilon\} \cap L).$$

Jazyk  $shl(L)$  teda pozostáva z ľavých cyklických posunov slov z jazyka  $L$ , pričom pod ľavým cyklickým posunom prázdneho slova chápeme prázdne slovo. Zistite, či je trieda  $\mathcal{L}_{detCF}$  uzavretá na ľavý cyklický posun. Svoje tvrdenie dokážte.

3. Nech  $L$  je jazyk. *Pravý cyklický posun* jazyka  $L$  je jazyk  $shr(L)$  daný ako

$$shr(L) = \{cu \mid u \in \Sigma_L^*; c \in \Sigma_L; uc \in L\} \cup (\{\varepsilon\} \cap L).$$

Jazyk  $shr(L)$  teda pozostáva z pravých cyklických posunov slov z jazyka  $L$ , pričom pod pravým cyklickým posunom prázdneho slova chápeme prázdne slovo. Zistite, či je trieda  $\mathcal{L}_{detCF}$  uzavretá na pravý cyklický posun. Svoje tvrdenie dokážte.

4. Nech  $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$  sú jazyky. *Ľavý kvocient* jazyka  $L_2$  podľa jazyka  $L_1$  je jazyk

$$L_1 \setminus L_2 = \{v \in \Sigma^* \mid \exists u \in L_1 : uv \in L_2\}.$$

Do jazyka  $L_1 \setminus L_2$  teda patria všetky slová  $v$  nad abecedou  $\Sigma$ , pre ktoré existuje slovo  $u$  z jazyka  $L_1$  tak, že  $uv \in L_2$ . Zistite, či je trieda  $\mathcal{L}_{detCF}$  uzavretá na ľavý kvocient – teda, či musí pre všetky  $L_1, L_2 \in \mathcal{L}_{detCF}$  platiť  $L_1 \setminus L_2 \in \mathcal{L}_{detCF}$ . Svoje tvrdenie dokážte.

5. Nech  $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$  sú jazyky. *Pravý kvocient* jazyka  $L_1$  podľa jazyka  $L_2$  je jazyk

$$L_1/L_2 = \{u \in \Sigma^* \mid \exists v \in L_2 : uv \in L_1\}.$$

Do jazyka  $L_1/L_2$  tak patria všetky slová  $u$  nad abecedou  $\Sigma$ , pre ktoré existuje slovo  $v$  z jazyka  $L_2$  tak, že  $uv \in L_1$ . Zistite, či je trieda  $\mathcal{L}_{detCF}$  uzavretá na pravý kvocient – teda, či musí pre všetky  $L_1, L_2 \in \mathcal{L}_{detCF}$  platiť  $L_1/L_2 \in \mathcal{L}_{detCF}$ . Svoje tvrdenie dokážte.

6. Porovnajete triedu  $\mathcal{L}_{eDPDA}$  s triedou  $\mathcal{R}$  a s triedou všetkých konečných jazykov. Svoje tvrdenia dokážte.
7. Zistite, či je trieda  $\mathcal{L}_{eDPDA}$  uzavretá na zjednotenie a prienik. Svoje tvrdenia dokážte.
8. Zistite, či je trieda  $\mathcal{L}_{eDPDA}$  uzavretá na komplement a zretáženie. Svoje tvrdenia dokážte.