

## Sada úloh na cvičenie č. 10

### Úlohy

1. Zostrojte jednoduchú prekladovú schému  $\mathcal{S}$  takú, že  $\mathcal{S}(\{a, b\}^*) = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$ . Nájdite preklad realizovaný schémou  $\mathcal{S}$ .

2. Uvažujme jazyky

$$L_1 = \{xycy \mid x, y \in \{a, b\}^*; |x| = |y|\}$$

a

$$\{xycyz \mid x, y, z \in \{a, b\}^*; |x| = |y| = |z|\}.$$

Zistite, či existuje jednoduchá prekladová schéma  $\mathcal{S}$  taká, že:

- a) Platí  $\text{pr}_1(\Pi(\mathcal{S})) = L_1$  a  $\text{pr}_2(\Pi(\mathcal{S})) = L_2$ .
  - b) Platí  $\mathcal{S}(L_1) = L_2$ .
3. Zistite, či pre každé dva neprázdne bezkontextové jazyky  $L_1, L_2$  existuje jednoduchá prekladová schéma  $\mathcal{S}$  taká, že:
    - a) Platí  $\text{pr}_1(\Pi(\mathcal{S})) = L_1$  a  $\text{pr}_2(\Pi(\mathcal{S})) = L_2$ .
    - b) Platí  $\mathcal{S}(L_1) = L_2$ .

Je predpoklad neprázdnosti jazykov  $L_1$  a  $L_2$  podstatný? Svoje tvrdenia dokážte.

4. Charakterizujte triedu prekladov realizovaných „regulárnymi“ jednoduchými prekladovými schémami – čiže jednoduchými prekladovými schémami  $\mathcal{S} = (N, T_1, T_2, P, \sigma)$ , pre ktoré platí  $P \subseteq N \times T_1^*(N \cup \{\varepsilon\}) \times T_2^*(N \cup \{\varepsilon\})$ .
5. Zistite, či sú triedy  $\mathcal{L}_{CF}$  a  $\mathcal{L}_{ECS}$  uzavreté na zobrazenie jednoduchou prekladovou schémou. To znamená zistiť, či pre ľubovoľný bezkontextový (resp. rozšírený kontextový) jazyk  $L$  a ľubovoľnú jednoduchú prekladovú schému  $\mathcal{S}$  platí  $\mathcal{S}(L) \in \mathcal{L}_{CF}$  (resp.  $\mathcal{S}(L) \in \mathcal{L}_{ECS}$ ).
6. Označme triedu prekladov realizovaných a-prekladačmi symbolom  $\mathcal{T}_a$ . Zistite, či je trieda  $\mathcal{T}_a$  uzavretá na zjednotenie; teda, či pre všetky dvojice prekladov  $\Pi_1, \Pi_2 \subseteq \Sigma_1^* \times \Sigma_2^*$  realizovateľných a-prekladačom existuje a-prekladač realizujúci preklad  $\Pi_1 \cup \Pi_2$ . Svoje tvrdenie dokážte.
- 7.\* Označme triedu prekladov realizovaných a-prekladačmi symbolom  $\mathcal{T}_a$ . Zistite, či je trieda  $\mathcal{T}_a$  uzavretá na prienik; teda, či pre všetky dvojice prekladov  $\Pi_1, \Pi_2 \subseteq \Sigma_1^* \times \Sigma_2^*$  realizovateľných a-prekladačom existuje a-prekladač realizujúci preklad  $\Pi_1 \cap \Pi_2$ . Svoje tvrdenie dokážte.
- 8.\* Formálne definujte („nedeterministické“) konečné automaty a bezkontextové gramatiky nad ľubovoľným monoidom  $M$ . Takéto automaty (gramatiky) by mali namiesto jazykov  $L \subseteq \Sigma^*$  akceptovať (generovať) podmnožiny  $P \subseteq M$  monoidu  $M$ . Pracovať by mali ako „obyčajné“ automaty (gramatiky) s tým rozdielom, že namiesto písmen vstupnej (terminálnej) abecedy by mali narábať s prvkami nejakého generátora  $G$  monoidu  $M$  (napríklad abeceda  $\Sigma$  je generátorom monoidu  $(\Sigma^*, \cdot)$ ).

Charakterizujte a-prekladače pomocou konečných automatov nad monoidmi a jednoduché prekladové schémy pomocou bezkontextových gramatík nad monoidmi.