Sada úloh na cvičenie 9

1. Je rozhodnuteľné, či daný DTS A akceptuje aspoň tri slová, ktoré neakceptuje daný (nedeterministický) LBA B? Ak nie, je to čiastočne rozhodnuteľné?

2. Každú inštanciu PKP vieme zakódovať ako slovo nad abecedou $\Sigma = \{a, \#, b\}$. Na každú (aj nekonečnú) množinu inštancií PKP sa vieme pozerať ako na jazyk nad abecedou Σ). Uvažujme nasledovné rozhodovacie problémy. O každom dokážte či je rozhodnuteľný alebo aspoň čiastočne rozhodnuteľný. Ak sa to dá dokázať pomocou Riceových viet, spravte to tak. Ak nie, zdôvodnite, prečo sa to nedá pomocou Riceových viet a dokážte to inak.

   a) Rozhodnúť, či daný DTS akceptuje doplnok konečného jazyka (ako univerzum, vzhľadom na ktoré sa robí doplnok uvažujeme vstupnú abecedu stroja na vstupe).

   b) Rozhodnúť o danom DTS A či existuje slovo w také, že A pri výpočte na w použije stav číslo 7.

   c) Rozhodnúť či daný DTS akceptuje kód aspoň jednej inštancie PKP ktorá nemá riešenie.

3. Daná je bezkontextová gramatika $G = (\{\sigma, \alpha, \beta, \gamma\}, \{a, b, c, d\}, P, \sigma)$ s pravidlami:

$$\begin{aligned} P = \{ \quad \sigma &\to \alpha\sigma \mid \beta\gamma \\ \alpha &\to \alpha\alpha \mid \gamma\beta \mid a \\ \beta &\to \beta\gamma \mid b \mid d \\ \gamma &\to \gamma\beta \mid c \mid a\} \end{aligned}$$

   Pomocou algoritmu CYK zistite, či slovo $aadada$ patrí do $L(G)$. Skonštruujte všetky množiny $N_{i,j}$ a vysvetlite výpočet algoritmu.

4. Vo vašom obľúbenom programovacom jazyku naprogramujte program, ktorý na vstupe berie bezkontextovú gramatiku G v prísnom Chomského normálnom tvare (zvoľte vhodné kódovanie vstupu) a dve množiny neterminálov (N_1, N_2) a na výstupe vracia množinu $M = \{\alpha \mid \exists \alpha_1 \in N_1, \alpha_2 \in N_2 : \alpha \to \alpha_1\alpha_2 \in P_G\}$.

5. Nech Π je preklad daný jednoduchou prekladovou schémou a nech $pr_1(\Pi), pr_2(\Pi)$ sú jazyky slov z prvých resp. druhých komponent dvojíc prekladu. Rozhodnite a dokážte: $pr_1(\Pi) \notin \mathcal{R} \iff pr_2(\Pi) \notin \mathcal{R}$.

6. Nech Σ je ľubovoľná abeceda. Nech $h : \Sigma \to \Sigma$ je homomorfizmus. Nech $\Phi \subseteq \Sigma \times \Sigma$ je preklad definovaný nasledovne $\Phi = \{(u, h(u)) \mid u \in \Sigma^*\}$. Skonštruujte jednoduchú prekladovú scému Σ takú, že platí $L(\Pi) = \Phi$. Dokážte správnosť vašej konštrukcie.