

SADA ÚLOH NA CVIČENIE 8

Na prednáške sme sa stretli s nasledovnými definíciami jazykov:

- $L_{sym} = \{w \mid w = w^R\}$
- Nech máme inštanciu PKP nad $\{a, b\}$. Nad abecedou $\{1, 2, \dots, n, a, b, c\}$ definujeme $L_X = \{x_{i_1}x_{i_2} \dots x_{i_k}ci_k \dots i_2i_1 \mid k \geq 1 \wedge i_j \in \{1, \dots, n\}\}$ a L_Y analogicky.
- Pre danú inštanciu PKP nad $\{a, b\}$ definujeme $L_{XY} = L_X \cdot \{c\} \cdot L_Y^R$.

Je to teda zrežazenie troch jazykov, kde stredný obsahuje len jedno slovo dlhé jeden znak c .

V skriptách sú tieto jazyky definované trochu odlišne. Tento rozdiel nie je z hľadiska vlastností týchto jazykov dôležitý a vaše riešenia vám uznáme pri použití ľubovoľnej sady definícií.

Keď máme úlohu dokázať, že problém P je rovnako ťažký ako PKP, nestačí ukázať, že P nie je rekurzívny (z toho to ešte nevyplýva). Správnym riešením je ukázať, že ak by sme mali stroj riešiaci P , potom by sme vedeli riešiť PKP a ak by sme mali stroj, ktorý rieši PKP, vedeli by sme riešiť P .

1. Je daný deterministický Turingov stroj $A = (\{q_0, q_1, q_2, q_F\}, \{a, b\}, \{a, b, B'\}, \delta, q_0, \{q_F\})$, kde

$$\begin{aligned}\delta(q_0, B) &= (q_F, B', 0) \\ \delta(q_0, a) &= (q_1, a, 1) \\ \delta(q_1, a) &= (q_1, a, 1) \\ \delta(q_1, b) &= (q_2, b, 0) \\ \delta(q_1, B) &= (q_F, B', -1)\end{aligned}$$

Zostrojte prípad MPKP, ktorý má riešenie práve vtedy, ak A akceptuje slovo $abbab$. Použite štandardnú konštrukciu z prednášky.

2. Nech $\Sigma = \{a, b\}$. Uvažujme a -prekladače nad touto vstupnou aj výstupnou abecedou. Ak M je a -prekladač, nech $[M]$ označuje nejaký jeho kód vo vhodnom kódovaní. Je jazyk

$$L = \{ \langle [M], [N] \rangle \mid \exists w \in \Sigma^* : M(w) = N(w) \}$$

rekurzívny? (Je to teda jazyk dvojíc kódov strojov, ktoré dávajú aspoň na jednom slove rovnaký výstup)

3. Uvažujme nasledovné modifikácie PKP: daných je niekoľko typov domín, z nich sú niektoré červené a zvyšné modré (máme aspoň jeden typ každej farby). Zaujíma nás, či existuje riešenie:

- a) kde je použitých rovnako veľa červených a modrých typov domín (pozor, to nie je „rovnako veľa červených a modrých domín“)
- b) ktoré začína aj končí modrým dominom

Ukážte, že tieto modifikácie sú rovnako ťažké ako klasický PKP.

4. Majme danú ľubovoľnú inštanciu PKP, k nej máme definované jazyky v zmysle poznámky pod nadpisom.

- a) Dokážte, že jazyk $L_{XY} \cap L_{sym}$ je buď prázdny, alebo nekonečný.
- b) Pomocou konštrukcie gramatík dokážte, že jazyky L_{XY}^C a L_{sym}^C sú bezkontextové.

5. a) Je rozhodnuteľné, či daný DTS A pri výpočte na nejakom slove niekedy spraví krok doľava? Ak nie, je to čiastočne rozhodnuteľné?
- b) Je rozhodnuteľné, či daný DTS A pri výpočte na nejakom slove niekedy spraví 47 krokov doprava za sebou? Ak nie, je to čiastočne rozhodnuteľné?
6. Uvažujme tabuľku rozhodnuteľnosti otázok o triedach Chomského hierarchie, ktorá sa vyskytla na prednáške a ktorú môžete nájsť v skriptách na strane 86. Doplňte do tejto tabuľky nasledovné riadky a vaše odpovede odôvodnite:
- a) Pre danú G zistiť, či $|L(G)| > 17$.
- b) Pre dané G_1, G_2, G_3 zistiť, či $L(G_1) - L(G_2) = L(G_3)$.
7. **Pre náročnejších:** Ukážte, že podmienka korešpondencie slov je to, čo robí PKP ťažkým. Presnejšie, uvažujme nasledujúci problém (nazvime ho zľahčený PKP):
- Nech $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ a $Y = \{y_1, \dots, y_n\}$ sú dve množiny slov. Existuje neprázdne slovo, ktoré sa dá dostať zreťazením postupnosti slov, ktoré patria do X , a zároveň sa dá dostať zreťazením postupnosti slov, ktoré patria do Y ? (Vynechali sme podmienku, že postupnosti indexov zreťazovaných slov musia zodpovedať. Nielenže nemusia zodpovedať, ale môžu mať aj rozdielnu dĺžku.)
- Dokážte, že zľahčený PKP je rozhodnuteľný.