Sada úloh na cvičenie č. 7

Definície

Nech (X, Y), $X = (x_1, \ldots, x_n)$, $Y = (y_1, \ldots, y_n)$ je prípad Postovho korešpondenčného problému nad abecedou $\{a, b\}$ (kde $x_i \in \{a, b\}^+$ a $y_i \in \{a, b\}^+$ pre $i = 1, \ldots, n$). Potom nad abecedou $\{a, b, 1, \ldots, n, \#\}$ definujeme nasledujúce jazyky:

$$\begin{aligned}
L_X &= \{x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_k} c i_k i_{k-1} \ldots i_1 \mid k \geq 1 \ \wedge \ i_j \in \{1, \ldots, n\}, \ j = 1, \ldots, k\}, \\
L_Y &= \{y_{i_1} y_{i_2} \ldots y_{i_k} c i_k i_{k-1} \ldots i_1 \mid k \geq 1 \ \wedge \ i_j \in \{1, \ldots, n\}, \ j = 1, \ldots, k\}, \\
L_{XY} &= L_X \cdot \{c\} \cdot L_Y^R, \\
L_{sym} &= \{ucv^R cvcu^R \mid u \in \{a, b\}^*, v \in \{1, \ldots, n\}^*\}.
\end{aligned}$$

Úlohy

1. Zostrojte bezkontextovú gramatiku generujúcu jazyk L_{XY}^C a správnosť svojej konštrukcie dokážte.

2. Zistite, či existuje algoritmus, ktorý pre ľubovoľný bezkontextový jazyk L rozhodne, či L obsahuje aspoň jedno slovo dĺžky presne 10^{1000}.

3. Zistite, či existuje algoritmus, ktorý pre ľubovoľnú bezkontextovú gramatiku $G = (N, T, P, \sigma)$ rozhodne, či je jednoznačná.

4.* Zistite, či existuje algoritmus, ktorý pre ľubovoľný zásobníkový automat A (akceptujúci stavom) rozhodne, či pre všetky slová $w \in L(A)$ existuje v A akceptačný výpočet dĺžky $|w|$.

5. Zistite, či existuje algoritmus, ktorý pre ľubovoľný zásobníkový automat A (akceptujúci stavom) a ľubovoľný jeho stav q rozhodne, či existuje akceptačný výpočet automatu A s aspoň jednou konfiguráciou obsahujúcou stav q.

6. Zistite, či existuje algoritmus, ktoré pre ľubovoľný (rozšírený) kontextový jazyk L (daný napríklad kontextovou gramatikou) rozhodne, či $L \cap L^R = \emptyset$.

7. Nech $G = (N, T, P, \sigma)$ je bezkontextová gramatika, kde $N = \{\sigma, \alpha, \beta, \gamma\}$, $T = \{a, b\}$ a

$$\begin{aligned}
P = \{\sigma &\to \beta\alpha \mid a\alpha \mid b\beta \\
\alpha &\to b\beta\gamma \mid b \mid \varepsilon \\
\beta &\to a\sigma\alpha \mid b \\
\gamma &\to b\gamma\gamma \mid aa\}.
\end{aligned}$$

   Štandardnou konštrukciou preveďte gramatiku G do prísneho Chomského normálneho tvaru.

8. Nech $G = (N, T, P, \sigma)$ je bezkontextová gramatika, kde $N = \{\sigma, \alpha, \beta, \gamma\}$, $T = \{a, b, c\}$ a

$$\begin{aligned}
P = \{\sigma &\to \alpha\beta \mid \beta\alpha \mid a \\
\alpha &\to \gamma\alpha \mid \gamma\gamma \mid a \\
\beta &\to \gamma\beta \mid \gamma\sigma \mid b \\
\gamma &\to \gamma\gamma \mid b \mid c\}.
\end{aligned}$$

   (Gramatika G je očividne v prísnom Chomského normálnom tvare.) Simuláciou štandardného algoritmu CYK zistite, či $cbabcca \in L(G)$.