

Sada úloh na cvičenie č. 6

Definície

Problém P je *rovnaako ťažký* ako problém R (vzhľadom na turingovskú redukciu), ak na seba možno problémy P, R vzájomne turingovsky redukovať. Problémy P, R *nemusia* byť rovnaako ťažké napríklad ani v prípade, že sú obidva súčasne rekurzívne vyčísliteľné a nerozhodnuteľné. Naopak problémy P, R *môžu* byť rovnaako ťažké aj v prípade, že jeden z nich je rekurzívne vyčísliteľný, kým druhý nie je.

Úlohy

1. Uvažujme prípad MPKP pozostávajúci z nasledujúcej sady „dlaždíc“:

aa	b	a	ab	aba	aa
a	ab	$abbb$	aab	bab	ba

- a) Zapište tento prípad MPKP formálne.
 - b) Štandardnou konštrukciou z prednášky zostrojte prípad PKP, ktorý má riešenie práve vtedy, keď ho má uvedený prípad MPKP.
 - c) Zistite, či má uvedený prípad MPKP riešenie. Ak áno, nájdite aspoň jedno spoločne so zodpovedajúcim riešením „ekvivalentného“ prípadu PKP. Formálne zapíšte tieto riešenia.
 - d) Vymeňte v našom prípade MPKP prvú a poslednú „dlaždicu“. Má výsledný prípad MPKP riešenie? Má riešenie prípad PKP pozostávajúci z rovnakej sady „dlaždíc“?
2. Zistite, či je PKP nad jednoprvkovou abecedou rozhodnuteľný. Svoje tvrdenie dokážte.
 3. Uvažujme rozhodovací problém PKP' , kde na vstupe je prípad PKP s jednou označenou „dlaždicou“ a treba rozhodnúť, či má tento prípad riešenie obsahujúce označenú „dlaždicu“. Zistite, či je problém PKP' rovnaako ťažký ako PKP (vzhľadom na turingovskú redukciu) a svoje tvrdenie dokážte.
 4. Uvažujme rozhodovací problém PKP' , kde na vstupe je prípad PKP s jednou označenou „dlaždicou“ a treba rozhodnúť, či má tento prípad riešenie obsahujúce aspoň dva výskyty označenej „dlaždice“. Zistite, či je problém PKP' rovnaako ťažký ako PKP (vzhľadom na turingovskú redukciu) a svoje tvrdenie dokážte.
 5. Uvažujme rozhodovací problém PKP' , kde na vstupe je prípad PKP s jednou označenou „dlaždicou“ a treba rozhodnúť, či má tento prípad riešenie s párnym počtom výskytov označenej „dlaždice“. Zistite, či je problém PKP' rovnaako ťažký ako PKP (vzhľadom na turingovskú redukciu) a svoje tvrdenie dokážte.
 6. Uvažujme rozhodovací problém PKP' , kde na vstupe je prípad PKP, v ktorom je navyše každá „dlaždica“ ofarbená bielou alebo čiernou farbou a treba rozhodnúť, či má tento prípad riešenie, ktoré obsahuje z každej farby aspoň jednu „dlaždicu“. Zistite, či je problém PKP' rovnaako ťažký ako PKP (vzhľadom na turingovskú redukciu) a svoje tvrdenie dokážte.
 7. Uvažujme rozhodovací problém PKP' , kde na vstupe je prípad PKP, v ktorom je navyše každá „dlaždica“ ofarbená bielou alebo čiernou farbou a treba rozhodnúť, či má tento prípad riešenie, ktoré každú „dlaždicu“ bielej farby obsahuje aspoň raz a zároveň aspoň jednu z „dlaždíc“ čiernej farby neobsahuje ani raz. Zistite, či je problém PKP' rovnaako ťažký ako PKP (vzhľadom na turingovskú redukciu) a svoje tvrdenie dokážte.
 8. Uvažujme rozhodovací problém PKP' , kde na vstupe je prípad PKP a treba rozhodnúť, či má tento prípad riešenie obsahujúce každú z „dlaždíc“ aspoň raz. Zistite, či je problém PKP' rovnaako ťažký ako PKP (vzhľadom na turingovskú redukciu) a svoje tvrdenie dokážte.