

## Sada úloh na cvičenie č. 5

### Úlohy

1. Nech  $L$  je ľubovoľný jazyk. Definujme jazyk  $\sqrt{L}$  ako

$$\sqrt{L} = \{w \in \Sigma_L^* \mid ww \in L\}.$$

Zistite, či je trieda  $\mathcal{L}_{ECS}$  uzavretá na takto definovanú „odmocninu“ a svoje tvrdenie dokážte.

2. Nech  $L \subseteq \{a, b, \#\}^*$  je jazyk taký, že každé  $w \in L$  obsahuje práve dva výskyty symbolu  $\#$ . Dokážte alebo vyvráťte: ak  $L \in \mathcal{L}_{ECS}$ , tak aj

$$L' = \{y \in \{a, b\}^* \mid \exists x, z \in \{a, b\}^* : x\#y\#z \in L\} \in \mathcal{L}_{ECS}.$$

3. Zistite, či je trieda  $\mathcal{L}_{ECS}$  uzavretá na reverz. Svoje tvrdenie dokážte.
4. Zistite, či je trieda  $\mathcal{L}_{ECS}$  uzavretá na zobrazenie a-prekladačom. Svoje tvrdenie dokážte.
5. Označme symbolom  $\mathcal{L}_{dECS}$  triedu jazykov akceptovaných *deterministickými* lineárne ohraničenými automatmi. Zistite, či je trieda  $\mathcal{L}_{dECS}$  uzavretá na komplement a svoje tvrdenie dokážte.
6. Dokážte, že ku každej kontextovej gramatike  $G = (N, T, P, \sigma)$  existuje kontextová gramatika  $G' = (N', T', P', \sigma')$  taká, že  $L(G') = L(G)$  a všetky pravidlá z  $P'$  sú typu  $u\xi v \rightarrow uxv$ , kde  $u, v \in (N' \cup T')^*$ ,  $\xi \in N'$  a  $x \in (N' \cup T')^+$ .
7. Zostrojte kontextovú gramatiku generujúcu jazyk  $L = \{a^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ . Správnosť svojej konštrukcie zdôvodnite.
8. Zostrojte kontextovú gramatiku generujúcu jazyk  $L = \{a^i b^j c^i d^j \mid i, j \in \mathbb{N} - \{0\}\}$ . Správnosť svojej konštrukcie zdôvodnite.