

SADA ÚLOH NA CVIČENIE 5

1. K jazyku $L = \{bwb \mid \#_b(w) \bmod 3 \neq 0\} \cup \{a^k \mid k > 2\}$ nad $\Sigma = \{a, b\}$ vieme podľa Myhill-Nerodeovej vety zostrojiť reláciu ekvivalencie konečného indexu na slovách z $\{a, b\}^*$. Stručne vysvetlite jej význam a nájdite jednotlivé jej triedy ekvivalencie.
2. Pomocou Myhill-Nerodeovej vety dokážte, že jazyk $L = \{a^n b^{2n} \mid n \geq 1\}$ nie je regulárny.
3. Zostrojte minimálny DKA pre jazyk $L = \{a^k b u \mid u \in \{a, b\}^*, \#_a(u) \bmod 2 = k \bmod 3\}$. Slovné zdôvodnite, že vami zostrojený DKA je správny. Formálne dokážte, že je minimálny.
4. Kontextová gramatika je v *Binárnom normálnom tvare* ak platí, že pravá aj ľavá strana jej pravidiel je dĺžky najviac 2 (formálne $\forall u \rightarrow v \in P : |u| \leq 2 \wedge |v| \leq 2$). Dokážte, že tento tvar je naozaj normálny.
5. Definujme operáciu *k-limitovaný pravý kvocient* nasledovne: Nech $k \in \mathbb{N}$, potom $L_1 /_k L_2 = \{w \mid \exists u \in L_2 : |u| \leq k \cdot |w| \wedge wu \in L_1\}$. Dokážte, že trieda \mathcal{L}_{ECS} je uzavretá na túto operáciu.
6. Dokážte alebo vyvráťte: Trieda \mathcal{L}_{ECS} je uzavretá na konečnú nevymazávajúcu substitúciu. (T.j. substitúciu, kde obraz každého písmena je konečný jazyk neobsahujúci prázdne slovo.). Ako je to s regulárnou substitúciou?
7. **Pre náročnejších** Nech $\Sigma = \{a\}$. Pomocou Myhill-Nerodeovej vety dokážte, že jazyk $L = \{a^p \mid p \text{ je prvočíslo}\}$ nie je regulárny.