

SADA ÚLOH NA CVIČENIE 5

Označenia:

Skratkou DKA sa označuje deterministický konečný automat.

Hodnotu čísla s dekadickou reprezentáciou $w \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}^*$ označujeme $dec(w)$.

Trieda bezkontextových jazykov sa označuje \mathcal{L}_{CF} . Je to z anglického context-free.

Pripomíname že $\mathcal{L}_{CF} = \{L \mid \text{existuje bezkontextová gramatika } G \text{ taká, že platí } L(G) = L\}$.

Trieda regulárnych jazykov sa označuje \mathcal{R} .

$\mathcal{R} = \{L \mid \text{existuje regulárna gramatika } G \text{ taká, že platí } L(G) = L\}$.

Pokyny:

V úlohách, kde sa požaduje skonštruovať nedeterministický konečný automat, sa pokúste nazaj pri konštrukcii (rozumne) využiť nedeterminizmus.

Pri konštrukcii konečných automatov dbajte o rozumné označenie stavov.

1. Na cvičeniach sme naznačili, že v prípade algoritmu na prevod bezkontextovej gramatiky do redukovaného normálneho tvaru záleží na tom v akom poradí vykonáme kroky „odstrániť neterminujúce neterminály“ a „odstrániť nedosiahnuteľné neterminály“. Skonstruujte bezkontextovú gramatiku takú, že ak uvedené kroky vykonáme v nesprávnom poradí (každý práve raz), dostaneme gramatiku, ktorá nie je v redukovanom normálnom tvare. Slovné opíšte aký problém nastáva ak sa dané kroky spravia v zlom poradí. Tiež slovné argumentujte, prečo platí, že ak dané kroky vykonáme v správnom poradí (každý práve raz), tak nutne dostaneme gramatiku v redukovanom normálnom tvare.

2. Zostrojte DKA akceptujúci jazyk

$$L = \{w \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}^* \mid 3 \text{ delí } dec(w)\}.$$

Správnosť svojej konštrukcie poriadne dokážte.

3. Zostrojte DKA akceptujúci jazyk

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \equiv 15 \pmod{103} \vee \#_b(w) \not\equiv 17 \pmod{207}\}.$$

Správnosť svojej konštrukcie dokážte.

4. Zostrojte DKA akceptujúci jazyk

$$L = \{uabbav \mid u, v \in \{a, b\}^*\}.$$

Správnosť svojej konštrukcie dokážte. Ako by sa vaša konštrukcia zmenila, keby sme jazyk L zmenili nasledovne:

$$L = \{uabba \mid u \in \{a, b\}^*\}.$$

Neformálne zdôvodnite správnosť vami navrhovanej zmeny konštrukcie.

5. Zostrojte NKA akceptujúci jazyk

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \equiv 15 \pmod{103} \vee \#_b(w) \not\equiv 17 \pmod{207}\}.$$

Správnosť svojej konštrukcie dokážte.

6. Zostrojte NKA akceptujúci jazyk

$$L = \{uabbav \mid u, v \in \{a, b\}^*\}.$$

Správnosť svojej konštrukcie dokážte.

7. Formálne dokážte, že trieda \mathcal{L}_{CF} je uzavretá na homomorfizmus.
8. Formálne dokážte, že trieda \mathcal{L}_{CF} je uzavretá na iteráciu.
9. Formálne dokážte, že trieda \mathcal{R} je uzavretá na kladnú iteráciu.
10. Zostrojte deterministický konečný automat akceptujúci jazyk

$$L = \{a^l cb^k \mid l, k \in \mathbb{N}; l \equiv k \pmod{2020}\}.$$

Správnosť svojej konštrukcie poriadne dokážte. Čo by sa stalo, keby sme jazyk L zmenili nasledovne:

$$L = \{a^l cb^k \mid l, k \in \mathbb{N}; l = k\}?$$