

## Sada úloh na cvičenie č. 4

### Definície

*Lineárna gramatika* je bezkontextová gramatika  $G = (N, T, P, \sigma)$  taká, že  $P \subseteq N \times T^*(N \cup \{\varepsilon\})T^*$ . Na pravej strane každého prepisovacieho pravidla je teda najviac jeden neterminál.

*Lineárny jazyk* je jazyk  $L$ , pre ktorý existuje lineárna gramatika  $G$  taká, že  $L(G) = L$ . Triedu všetkých lineárnych jazykov označujeme symbolom  $\mathcal{L}_{lin}$ .

### Úlohy

1. Dokážte, že jazyk  $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}; j = \max\{i, k\}\}$  nie je bezkontextový.
- 2.\* Dokážte, že jazyk  $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}; i \neq j \wedge j \neq k \wedge i \neq k\}$  nie je bezkontextový.
- 3.\* Sformulujte a dokážte pumpovaciu lemu pre lineárne jazyky (silnejšiu, než je pumpovacia lema pre bezkontextové jazyky). Porovnajete triedu  $\mathcal{L}_{lin}$  s triedami  $\mathcal{R}$  a  $\mathcal{L}_{CF}$ .
4. Nech  $G = (N, T, P, \sigma)$  je bezkontextová gramatika s  $N = \{\sigma, \alpha\}$ ,  $T = \{a, b\}$  a

$$P = \{\sigma \rightarrow \sigma b \mid \alpha b \\ \alpha \rightarrow \sigma \sigma a \mid \alpha a \mid b\}.$$

Štandardnou konštrukciou prevedte gramatiku  $G$  do Greibachovej normálneho tvaru, t.j. zostrojte gramatiku  $G'$  v Greibachovej normálnom tvare takú, že  $L(G') = L(G) - \{\varepsilon\}$ .

5. Dokážte vetu o prísnom Greibachovej normálnom tvare: ku každej bezkontextovej gramatike existuje (až na  $\varepsilon$ ) ekvivalentná bezkontextová gramatika  $G = (N, T, P, \sigma)$  taká, že platí  $P \subseteq N \times (T \cup TN \cup TNN)$ .
6. Nech  $G = (N, T, P, \sigma)$  je bezkontextová gramatika v Greibachovej normálnom tvare. Popíšte konštrukciu zásobníkového automatu  $A$  akceptujúceho stavom, ekvivalentného gramatike  $G$  a neobsahujúceho žiaden prechod na  $\varepsilon$ .
7. Nech  $A = (K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$  je lineárne ohraničený automat a  $w \in \Sigma^*$  je slovo. Odhadnite zhora počet všetkých možných konfigurácií automatu  $A$  vo výpočte na vstupe  $w$ .
8. Zostrojte lineárne ohraničený automat, ktorý na vstupe  $a^n$  (kde  $n \in \mathbb{N}$ ) postupne v lexikografickom usporiadaní „generuje“ všetky slová  $u \in \{a, b\}^*$  dĺžky  $n$ , pričom po „vygenerovaní“ každého slova sa dostane do nejakého špeciálneho stavu a po „vygenerovaní“ posledného slova sa zastaví.