

SADA ÚLOH NA CVIČENIE 4

1. Zostrojte bezkontextovú gramatiku generujúcu jazyk $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}; i = j \vee j = 2k\}$ a správnosť svojej konštrukcie dokážte.
2. Zostrojte gramatiku čo najjednoduchšieho typu, ktorá bude generovať práve všetky čísla (v desiatkovej sústave), ktoré sú deliteľné 3. Dokážte správnosť svojej konštrukcie.
3. Nájdite čo najjednoduchší množinový zápis jazyka generovaného gramatikou $G = (N, T, P, \sigma)$, kde $N = \{\alpha, \beta, \sigma\}$, $T = \{a, b\}$ a

$$P = \{ \sigma \rightarrow \alpha\beta \mid \beta\alpha \\ \beta \rightarrow b\sigma \mid \sigma b \mid b \\ \alpha \rightarrow a\sigma \mid \sigma a \mid a \}.$$

Svoje tvrdenie dokážte. Čo sa stane, ak jemne zmeníme množinu pravidiel takto:

$$P = \{ \sigma \rightarrow \alpha\beta \mid \beta\alpha \\ \beta \rightarrow b\sigma \mid \sigma b \mid \beta \\ \alpha \rightarrow a\sigma \mid \sigma a \mid \alpha \}?$$

4. Dokážte, alebo vyvráťte nasledovné tvrdenie. Pre ľubovoľnú bezkontextovú gramatiku $G = (N, T, P, \sigma)$ a ľubovoľné slová $u, v, w \in (N \cup T)^*$ a neterminál $\xi \in N$ platí: ak $u\xi v \Rightarrow_G^* u w v$ tak $\xi \Rightarrow_G^* w$.
5. Nech $G = (N, T, P, \sigma)$ je bezkontextová gramatika s $N = \{\sigma, \alpha, \beta, \gamma\}$, $T = \{a, b\}$ a

$$P = \{ \sigma \rightarrow \sigma a \sigma \mid a \alpha \mid \gamma b \\ \alpha \rightarrow a \alpha \mid a \alpha \alpha \mid a \alpha \\ \beta \rightarrow b \beta \mid b \mid \varepsilon \\ \gamma \rightarrow \alpha \alpha \mid b \gamma \psi \mid b \mid \gamma \\ \psi \rightarrow \gamma b \psi \mid \varepsilon \}.$$

Štandardnou konštrukciou prevedte gramatiku G do redukovaného normálneho tvaru.

6. Ako na prednáške odznelo a ako si môžete pozrieť v skriptách, algoritmus na prevod bezkontextovej gramatiky do redukovaného tvaru sa skladá z dvoch krokov: odstránení nedosiahnuteľných neterminálov a odstránení neterminálov, z ktorých nedokážeme odvodiť terminálne slovo. Tieto kroky ale treba urobiť vo vhodnom poradí. Nájdite príklad gramatiky, pre ktorú použitie každého z týchto krokov práve raz v nevhodnom poradí nevedie k redukovanému normálnemu tvaru.
7. Daná je bezkontextová gramatika $G = (N, \{a, b\}, P, \sigma)$, kde $N = \{\sigma, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \varphi, \psi\}$ a

$$P = \{ \sigma \rightarrow a\gamma \mid \alpha\sigma\alpha \mid b b \\ \alpha \rightarrow \alpha\gamma \mid \alpha\alpha\gamma \mid \sigma\varphi\gamma \\ \beta \rightarrow \delta a \\ \gamma \rightarrow a b \mid \varepsilon \mid \gamma a \gamma \\ \delta \rightarrow \beta\beta \mid \sigma a \\ \varphi \rightarrow \varphi\gamma \mid \alpha \\ \psi \rightarrow \alpha b \psi \mid \alpha\alpha \mid \psi \}.$$

Prevedte túto gramatiku do Chomského normálneho tvaru (t.j. tak aby boli pravidlá v tvare $N \times (N^2 \cup T \cup \{\varepsilon\})$) konštrukciou z prednášky, alebo ľubovoľnou inou. Pokiaľ chcete použiť inú konštrukciu ako tú z prednášky, treba jej korektnosť poriadne dokázať.