

Sada úloh na cvičenie č. 4

Pokyny

V úlohách tejto sady je potrebné všetky tvrdenia dokázať *poriadnou* matematickou indukciou.

Úlohy

5. Zostrojte bezkontextovú gramatiku generujúcu jazyk $L = \{a^i b^j c^j d^j \mid i, j \in \mathbb{N}\}$ a správnosť svojej konštrukcie dokážte.
6. Zostrojte bezkontextovú gramatiku generujúcu jazyk $L = \{a^i b^j c^j d^i \mid i, j \in \mathbb{N}\}$ a správnosť svojej konštrukcie dokážte.
7. Zostrojte bezkontextovú gramatiku generujúcu jazyk $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}; i = k; j \geq 4\}$ a správnosť svojej konštrukcie dokážte.
8. Zostrojte bezkontextovú gramatiku generujúcu jazyk $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \leq \#_b(w)\}$ a správnosť svojej konštrukcie dokážte.
9. Zostrojte bezkontextovú gramatiku generujúcu jazyk

$$L = \{xycyz \mid x, y, z \in \{a, b\}^*; |x| < |y|\}$$

a správnosť svojej konštrukcie dokážte.

10. Zostrojte *regulárnu* gramatiku generujúcu jazyk $L = \{ubbva \mid u, v \in \{a, b\}^*\}$ a správnosť svojej konštrukcie dokážte.
11. Zostrojte *regulárnu* gramatiku generujúcu jazyk $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \equiv 1 \pmod{3}\}$ a správnosť svojej konštrukcie dokážte.
12. Nájdite čo možno najjednoduchší „množinový“ zápis pre jazyk generovaný bezkontextovou gramatikou $G = (N, T, P, \sigma)$, kde $N = \{\sigma, \alpha, \beta\}$, $T = \{a, b, c\}$ a

$$\begin{aligned} P = \{ & \sigma \rightarrow a\sigma bb \mid \alpha\beta \\ & \alpha \rightarrow cac \mid \varepsilon \\ & \beta \rightarrow a\beta a \mid a\}. \end{aligned}$$

Svoje tvrdenie dokážte.