

SADA ÚLOH NA CVIČENIE 4

Odmocnina jazyka \sqrt{L} je definovaná ako $\{w \mid ww \in L\}$.

1. Daný je lineárne ohraničený automat A . Formálne k nemu zostrojte lineárne ohraničený automat B taký, že $L(B) = \{u\#v \mid v \text{ je konfigurácia automatu } A \text{ dosiahnuteľná na vstupe } u\}$.
2. Je trieda \mathcal{L}_{ECS} uzavretá na odmocninu? Rozhodnite a dokážte.
3. Daný je LBA A a homomorfizmus h . Formálne skonštruujte LBA B , pre ktorý platí, že $L(B) = h^{-1}(L(A))$.
4. Nech f je funkcia definovaná na $\{a, b, c\}^*$ nasledujúcim predpisom: $f(w)$ je slovo, ktoré dostaneme z w tak, že každý výskyt podslova abb nahradíme podslovom cc . Teda napr. $f(bba) = bba$, $f(aabbaa) = accaa$ a $f(abbcabbb) = c^5$.
Dokážte alebo vyvráťte, či je trieda \mathcal{L}_{ECS} uzavretá na zobrazenie funkciou f . Ak si myslíte, že tvrdenie platí, konštrukciu spravte formálne. Jej správnosť stačí slovne odôvodniť.
5. Rozhodnite, či trieda kontextových (**nie rozšírených**) jazykov je uzavretá na kladnú iteráciu. Je uzavretá aj na iteráciu? Prečo? Ako by sa zmenila odpoveď, kebyže tam to slovo *rozšírené* pridáme? Svoje závery **formálne** dokážte.
6. Formálne definujte (klasické 4 definície) viacpáskové LBA a porovnajte ich silu s jednopáskovými LBA.
7. Formálne dokážte, že kontextové gramatiky, ktorých pravidlá navyše spĺňajú podmienku, že ich pravidlá majú na ľavej strane iba neterminály (formálne $P \subseteq_{kon} N^+ \times (N \cup T)^+$) sú normálnym tvarom kontextových gramatík.
8. **Pre náročnejších** Uvažujme problém: pre daný graf G a dva jeho vrcholy u a v zistiť, či medzi týmito vrcholmi **neexistuje** cesta. Rozhodnite a dokážte, či je tento problém riešiteľný na nedeterministickom turingovom stroji v logaritmickom priestore. Presnejšie, uvažujme nejaké vhodné kódovanie grafov nad abecedou $\{0, 1, \#\}$, ktorého veľkosť pre graf s N vrcholmi sa zmestí do $O(N^2)$. Prípadný stroj by nemal použiť viac ako $O(\log N)$ políček pásky.