

Sada úloh na cvičenie č. 3

Pokyny

Ak nie je uvedené inak, všetky tvrdenia je nutné formálne dokázať.

Úlohy

1. Dokážte, že ak pre nejaké dve slová u, v platí $uv = vu$, tak existuje slovo x a prirodzené čísla m, n také, že $u = x^m$ a $v = x^n$.
2. Nech $h: \{a, b, c\}^* \rightarrow \{a, b, c\}^*$ je homomorfizmus daný ako $h(a) = acb$, $h(b) = b$ a $h(c) = aa$. Nech $L = \{a^n cb^n \mid n \in \mathbb{N}\}$. Nájdite jazyky $h^{-1}(L)$ a $h(h^{-1}(L))$.
3. Nech $h: \{a, b, c\}^* \rightarrow \{a, b, c\}^*$ je homomorfizmus daný ako $h(a) = \varepsilon$, $h(b) = a$ a $h(c) = abc$. Uvažujme jazyk $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w = w^R\}$. Nájdite jazyky $h^{-1}(L)$ a $h(h^{-1}(L))$.
4. Nech L_1, L_2 sú jazyky, $h: \Sigma^* \rightarrow \Gamma^*$ je homomorfizmus a $\Sigma_{L_1}, \Sigma_{L_2} \subseteq \Sigma$. Porovnajte jazyky $h(L_1 \cap L_2)$ a $h(L_1) \cap h(L_2)$.
5. Nech L je jazyk, $h: \Sigma^* \rightarrow \Gamma^*$ je homomorfizmus a $\Sigma_L \subseteq \Sigma$. Porovnajte jazyky $h(L^*)$ a $(h(L))^*$.
6. Nech L_1, L_2 sú jazyky, $h: \Sigma^* \rightarrow \Gamma^*$ je homomorfizmus a $\Sigma_{L_1}, \Sigma_{L_2} \subseteq \Gamma$. Porovnajte jazyky $h^{-1}(L_1 \cup L_2)$ a $h^{-1}(L_1) \cup h^{-1}(L_2)$.
7. Nech L_1, L_2 sú jazyky, $h: \Sigma^* \rightarrow \Gamma^*$ je homomorfizmus a $\Sigma_{L_1}, \Sigma_{L_2} \subseteq \Gamma$. Porovnajte jazyky $h^{-1}(L_1 \cap L_2)$ a $h^{-1}(L_1) \cap h^{-1}(L_2)$.
8. Nech L je jazyk, $h: \Sigma^* \rightarrow \Gamma^*$ je homomorfizmus a $\Sigma_L \subseteq \Gamma$. Porovnajte jazyky $h^{-1}(L^*)$ a $(h^{-1}(L))^*$.
9. Nech L je jazyk, $h: \Sigma^* \rightarrow \Gamma^*$ je homomorfizmus a $\Sigma_L \subseteq \Gamma$. Porovnajte jazyky $h^{-1}(L^R)$ a $(h^{-1}(L))^R$.