

SADA ÚLOH NA CVIČENIE 2

Definície:

Ak pre každé $u \in \Sigma_1$ platí, že $\tau(u)$ je regulárny jazyk, potom hovoríme, že substitúcia τ je regulárna. Obdobne, ak pre každé $u \in \Sigma_1$ platí, že $\tau(u)$ je konečný, potom substitúciu nazývame konečnou.

1. Bez použitia pumpovacej lemy alebo a-prekladačov dokážte, že nasledovné jazyky nie sú bezkontextové:

(i) $L_1 = \{w \in \{a, b, c, d\}^* \mid \#_b(w) = \#_c(w) = \#_d(w)\}$

(ii) $L_2 = \{c^{2^n}b^n(dc)^{2^{4n}} \mid n \in \mathbb{N}\}$

2. Pomocou gramatík formálne dokážte, že trieda regulárnych jazykov je uzavretá na regulárnu substitúciu.
3. Formálne dokážte, že a-prekladač, ktorého pravidlá sú podmnožinou $K \times (\Sigma_1 \cup \{\varepsilon\}) \times (\Sigma_2 \cup \{\varepsilon\}) \times K$, je normálnym tvarom a-prekladačov.
4. Máme dané $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$ a $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \equiv 0 \pmod{2} \wedge \exists u, v \in \{a, b\}^* : w = ubbbv\}$.

Zostrojte a-prekladač M_1 taký, že $M_1(L_1) = L_2$ alebo dokážte, že sa to nedá.

Zostrojte a-prekladač M_2 taký, že $M_2(L_2) = L_1$ alebo dokážte, že sa to nedá.

5. Nech $L = \{a^nca^n \mid n > 0\}$. Zostrojte a-prekladač M taký, že $M(L) = \{a^n b^{2n+3} \mid n > 1\}$.
6. Nech Σ je abeceda, nech $\Sigma_1 \subseteq \Sigma$, $\Sigma_2 \subseteq \Sigma$, $R \subseteq \Sigma \times \Sigma$ je relácia na Σ a $L \subseteq \Sigma^*$ je jazyk definovaný nasledovne. Slovo $w \in L$ práve vtedy keď platí $w = \varepsilon$ alebo $w = a_1 \dots a_n$ a sú splnené nasledovné podmienky:

(i) $a_1 \in \Sigma_1$

(ii) $a_n \in \Sigma_2$

(iii) $a_i R a_{i+1}$ pre $0 \leq i < n$

Potom $L \in \mathcal{R}$. Poriadne dokážte!

7. **Pre náročnejších** Formálne definujte (klasické 4 definície: automat, konfigurácia, krok výpočtu, preložený jazyk) zásobníkový a-prekladač (teda zariadenie, ktoré číta vstup, píše výstup a pri tom si môže niečo ukladať na zásobník a rozhodovať sa aj podľa toho, čo má vrchu).

Porovnajzte silu klasických a-prekladačov a zásobníkových. Skúste sa zamyslieť, či je trieda regulárnych jazykov uzavretá na túto operáciu a ak nie, aké jazyky môžeme dostať prekladom regulárnych jazykov.