

# algoritmy a dátové štruktúry, ZS 2023/24

štvrtá domáca úloha, termín do 13. 11. 2023

V tejto domácej úlohe budete implementovať multimnožinu, t.j. dátovú štruktúru, ktorá umožňuje ukladať prirodzené čísla s tým, že to isté číslo sa v nej môže vyskytovať viackrát. Základné operácie sú `insert(x)` a `delete(x)`: ak napr. multimnožina  $A$  obsahuje prvky  $\{4, 5, 3, 2, 4\}$ , tak po zavolaní `insert(4)` bude obsahovať  $\{4, 3, 5, 4, 2, 4\}$  a po zavolaní `delete(3)` bude obsahovať  $\{4, 4, 4, 5, 2\}$  (na poradí prvkov nezáleží).

Okrem operácií `insert(x)` a `delete(x)` máte naprogramovať aj operáciu `query(x)`, ktorá vráti  $\max_{y \in A} \{x \oplus y\}$ . V tomto zápise je  $\oplus$  bitové XOR, t.j.  $i$ -ty bit dvojkového zápisu  $x \oplus y$  je 1 práve vtedy, keď sa  $i$ -te bity  $x$  a  $y$  líšia.

## Vstup

V prvom riadku vstupu je číslo  $q$ : počet príkazov. Platí  $1 \leq q \leq 1\,000\,000$ .

Nasleduje  $q$  riadkov, v každom z nich je jeden príkaz. Príkaz sa skladá z jedného znaku, ktorý určuje typ príkazu, medzery a čísla  $x$ , pričom  $1 \leq x \leq 10^9$ . Príkazy môžu byť troch typov:

- “+  $x$ ” – pridaj číslo  $x$  do multimnožiny (ak v nej už bolo, bude ich tam viac).
- “-  $x$ ” – uber číslo  $x$  z multimnožiny (ak v nej žiadne nebolo, neurobí sa nič).
- “?  $x$ ” – zisti výsledok `query(x)` na aktuálnej multimnožine.

Môžete sa spoľahnúť, že príkaz “?  $x$ ” sa nezavolá pri prázdnej multimnožine.

## Výstup

Pre každý príkaz typu “?  $x$ ” vypíšte riadok s výsledkom operácie `query(x)`, t.j. najväčšie číslo, aké sa dá dostať operáciou XOR z čísla  $x$  a nejakého čísla z multimnožiny.

## Príklad

```
8
+ 3
+ 2
+ 6
+ 2
+ 13
? 7
- 13
? 7
```

```
10
5
```

Pri prvom príkaze “? 7” sú v multimnožine čísla 2, 3, 6, 13, ktorých binárne zápisy sú zaradom 0010, 0011, 0110 a 1101. Bitový XOR s číslom 7 (t.j. 0111) dáva postupne

$$2 \oplus 7 = 0010 \oplus 0111 = 0101 = 5$$

$$3 \oplus 7 = 0011 \oplus 0111 = 0100 = 4$$

$$6 \oplus 7 = 0110 \oplus 0111 = 0001 = 1$$

$$13 \oplus 7 = 1101 \oplus 0111 = 1010 = 10$$

Preto prvá odpoveď je 10. Keď z multimnožiny odoberieme 13, najväčší výsledok bude  $2 \oplus 7 = 5$ .