

algoritmy a dátové štruktúry, ZS 2023/24

tretia domáca úloha, termín do 3. 11. 2023

V tejto domácej úlohe si budete implementovať vlastnú binárnu haldu (s maximom v koreni). Ako side effect si prakticky overíte, že vyrobiť haldu z poľa je zväčša lepšie ako postupne po jednom prvky do haldy vkladať. Okrem odovzdania funkčného kódu (teda takého, na ktorom vám testovať dá odpoveď OK) požadujeme, aby ste spísali odpovede na otázky, ktoré sa v zadaní vyskytujú. Svoje odpovede odovzdajte do označenej krabice pri sekretariáte KI (M254).

Na vstupe dostanete pole obsahujúce n navzájom rôznych čísel. Uvažujme nasledovné dva algoritmy:

Algoritmus A:

začni s prázdnu binárnou haldou

A1: postupne po jednej v danom poradí do nej vlož prvky zo vstupu

A2: n -krát z nej vyber najväčší prvok

Algoritmus B:

B1: vyplň do poľa všetky prvky a následne z neho vyrob haldu

B2: n -krát z nej vyber najväčší prvok

V kroku A1 vždy prvok pridáme ako nový list a potom hodnotou z neho bubbleme dohora. V krokoch A2 a B2 odstránime hodnotu z koreňa, presunieme tam hodnotu z posledného listu a tou bubbleme dodola. V kroku B1 postupne každým prvkom od pozície $n-1$ po pozíciu 0 bubbleme dodola. Pri bublaní dodola na každej úrovni robíme len jednu výmenu: prvok v otcovi vymeníme s najväčším prvkom v jeho synoch.

Vstup

V prvom riadku vstupu je číslo n : počet prvkov. Platí $1 \leq n \leq 100\,000$.

Nasleduje n riadkov, v každom z nich jedno celé číslo z rozsahu 1 až 10^9 . Všetky tieto čísla sú navzájom rôzne.

Výstup

Vypíšte štyri riadky a v každom z nich jedno celé číslo. Tieto celé čísla sú postupne počty výmen dvojíc prvkov, ktoré sa udejú počas krokov A1, A2, resp. B1, B2 na danom vstupe.

Otázka č.1

Bude (vždy? niekedy? nikdy?) výstupom A1 tá istá halda ako výstupom B1? Ak vždy alebo nikdy, rozumne zdôvodnite prečo. Ak niekedy, uveďte príklady dvoch nekonečných tried vstupov - takej (1), kde o každom jej prvku platí, že výstupom A1 a B1 je tá istá halda a takej (2) kde o každom jej prvku platí, že výstupom A1 a B1 sú rôzne haldy.

Otázka č.2 (dobrovoľné bonusové otázky)

Zväčša by mal byť počet výmen počas kroku A1 väčší ako počet výmen počas kroku B1. Aký najväčší môže byť (v závislosti od n) ich rozdiel? Pre aký vstup ho dostaneme? Môže tento rozdiel niekedy byť záporný?

Čo sa stane na náhodnom vstupe? Budú počty výmen v A1 a A2 približne rovnaké? Vyskúšajte si to a pokúste sa to vysvetliť.

algoritmy a dátové štruktúry, ZS 2023/24

tretia domáca úloha, termín do 3. 11. 2023

Príklad

```
8
33
44
22
66
88
77
55
11
```

```
6
8
4
8
```

Aby sa vám lepšie debugovalo, tu je kompletný log toho, ako sa pole obsahujúce našu haldu menilo počas behu jednotlivých častí našich algoritmov.

A1:

```
vymen: 0 nova halda [33]
vymen: 1 nova halda [44, 33]
vymen: 0 nova halda [44, 33, 22]
vymen: 2 nova halda [66, 44, 22, 33]
vymen: 2 nova halda [88, 66, 22, 33, 44]
vymen: 1 nova halda [88, 66, 77, 33, 44, 22]
vymen: 0 nova halda [88, 66, 77, 33, 44, 22, 55]
vymen: 0 nova halda [88, 66, 77, 33, 44, 22, 55, 11]
```

A2:

```
vybral: 88 vymen: 2 nova halda [77, 66, 55, 33, 44, 22, 11]
vybral: 77 vymen: 2 nova halda [66, 44, 55, 33, 11, 22]
vybral: 66 vymen: 1 nova halda [55, 44, 22, 33, 11]
vybral: 55 vymen: 2 nova halda [44, 33, 22, 11]
vybral: 44 vymen: 1 nova halda [33, 11, 22]
vybral: 33 vymen: 0 nova halda [22, 11]
vybral: 22 vymen: 0 nova halda [11]
vybral: 11 vymen: 0 nova halda []
```

B1:

```
halda na zaciatku: [33, 44, 22, 66, 88, 77, 55, 11]
vymen: 0 nova halda [33, 44, 22, 66, 88, 77, 55, 11]
vymen: 0 nova halda [33, 44, 22, 66, 88, 77, 55, 11]
vymen: 0 nova halda [33, 44, 22, 66, 88, 77, 55, 11]
```

algoritmy a dátové štruktúry, ZS 2023/24

tretia domáca úloha, termín do 3. 11. 2023

vymen: 0 nova halda [33, 44, 22, 66, 88, 77, 55, 11]

vymen: 0 nova halda [33, 44, 22, 66, 88, 77, 55, 11]

vymen: 1 nova halda [33, 44, 77, 66, 88, 22, 55, 11]

vymen: 1 nova halda [33, 88, 77, 66, 44, 22, 55, 11]

vymen: 2 nova halda [88, 66, 77, 33, 44, 22, 55, 11]

B2:

vybral: 88 vymen: 2 nova halda [77, 66, 55, 33, 44, 22, 11]

vybral: 77 vymen: 2 nova halda [66, 44, 55, 33, 11, 22]

vybral: 66 vymen: 1 nova halda [55, 44, 22, 33, 11]

vybral: 55 vymen: 2 nova halda [44, 33, 22, 11]

vybral: 44 vymen: 1 nova halda [33, 11, 22]

vybral: 33 vymen: 0 nova halda [22, 11]

vybral: 22 vymen: 0 nova halda [11]

vybral: 11 vymen: 0 nova halda []