algoritmy a dátové štruktúry, ZS 2023/24

prvá domáca úloha, termín do 20. 10. 2023

Úloha má dva príklady, za každý z nich môžete získať max 10 bodov. Na zarátanie úlohy do celkového limitu 7 z 9-tich úloh treba získať v súčte aspoň 12 bodov. Príklady píšte na samostatný papier a vhoďte do označenej krabice pri sekretariáte KI (M254). Ak niečo v zadaní nie je jasné, alebo potrebujete s niečim poradiť, neváhajte sa opýtať, radi odpovieme. Logaritmy sú, ak nie je povedané inak, pri základe 2.

Príklad 1:

O každom tvrdení uveďte, či je pravdivé a svoj názor zdôvodnite. Hodnotenie bude nasledovné: Úplne správna odpoveď je za 2 body. Nesprávna odpoveď, ako aj správna odpoveď s úplne nesprávnym zdôvodnením, sú za 0 bodov. Niečo medzi tým je za niečo medzi 0 a 2 bodmi.

1. Platí $(\log\log\log n)^{(\log\log n)^{\log n}} = \Omega\left((n!)^{\log(n!)}\right)$.
2. Nech $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$. Ak $\forall \varepsilon > 0$ platí $f(n) \in O(n^{1+\varepsilon}) \cap \Omega(n^{1-\varepsilon})$, potom $f(n) = \Theta(n)$.
3. Ak pre $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$ platí $f(n) = O\left(\frac{1}{n}\right)$, potom $\lim_{n\to\infty} f(n)$ nemusí existovať.
4. Platí $n^{\log n} = \Theta\left(n^{\ln n}\right)$.
5. Ak $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{n\cdot g(n)} = 42$ pre nejakú rastúcu $g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$, potom $f(n) = O\left((n + g(n))^2\right)$

Príklad 2:

Odvoďte tesnú asymptotickú zložitosť volaní `f1(n)` a `f2(n,2)` v závislosti od parametra n. Svoje tvrdenia zdôvodnite (z vysvetlenia by malo byť jasné, že ste k odpovedi prišli na základe správnej úvahy).

```
int f1(int n) {

  int s = 0, h = 0, r = 0;
  for (int i = 1; s < n; i += 2) {
    h++;
    s += i;
  }

  for (int i = 0; i < n; i += h) {
    int k = 1;
    for (int j = i; j < i + h; j += k) {
      k *= 2;
      for (int l = j; l < min(j + k, i + h); l++) r++;
    }
  }

  return r;

}
```

```
int f2(int n, int k) {
  if (n <= k ) return 42;
  int m = n / k, r = 0;
  for (int i = 0; i < n; i++)
    if (i % m == 0) r += f2(m, 2 * k);
  return r;
}
```

Dobrovoľný bonus:

Odvoďte tesnú asymptotickú zložitosť volania `f3(n)` v závislosti od parametra n (a svoje tvrdenie zdôvodnite). Bonus môžete odovzdávať do termínu na odovzdanie úlohy, alebo kým sa nazbierajú tri správne riešenia (čokoľvek bude neskôr). Prvé tri správne riešenia vyhrávajú vecnú cenu a verejnú pochvalu 😃.

```
int f3(int n) {
  if (n < 2) return n;
  int r = 0, h = 1;
  while (h <= n) h = h * 4;
  h = h / 4;
  while (h != 0) {
    if (n >= r + h) {
      n = n - (r + h);
      r = r + 2 * h;
    }
    r = r / 2;
    h = h / 4;
  }
  return f3(r);
}
```