

algoritmy a dátové štruktúry, ZS 2022/23

prvá domáca úloha, termín do 7. 10. 2022

Úloha má dva príklady, za každý z nich môžete získať max 12 bodov. Na úspešné akceptovanie úlohy treba získať celkovo aspoň 14 bodov. Príklady píšete na samostatný papier a vhodíte do označenej krabice pri sekretariáte KI (M254). Ak niečo v zadaní nie je jasné, neváhajte sa opýtať, radi odpovieme.

Príklad 1:

Nasledovné funkcie tvoria postupnosť vzhľadom na asymptotický rast. Zoradte ich. Použite $f(x) \ll g(x)$, ak $f(x) \in O(g(x))$. Ak navyše $f(x) \in \Omega(g(x))$, použite $f(x) \approx g(x)$. Napr. pre funkcie $2^x, x^3, x^2, 2x^3$ je riešenie $x^2 \ll x^3 \approx 2x^3 \ll 2^x$. (Ak niektorú funkciu neviete zaradiť, vynechajte ju; za správne zoradenie časti funkcií je možné získať čiastočné body).

$\ln x \cdot \sin^2(x)$	$\frac{x!}{1+\cos^2(x)}$	$4x^4 + \ln x$
$x^{\ln x}$	$2^{\sqrt{x}}$	x^{2x}
$\log_x(2^x)$	$7^{(\log_3 x)^2}$	$(2x)^x$
$\frac{4x}{\ln x} \cdot 2^{\log_{\frac{x}{2}} x}$	$x^{\left(1+\frac{1}{x}\right)^x}$	$x \ln x$

Príklad 2:

Pre každú z nasledovných procedúr odvodte jej tesnú asymptotickú zložitosť v závislosti od parametra n. Svoje tvrdenia zdôvodnite (nečakáme formálny dôkaz, ale z vysvetlenia by malo byť jasné, že ste k odpovedi prišli na základe správnej úvahy).

```
int f1(int n) {
    int s = 0;
    for (int i = 1; i < n; i = i * 2) {
        for (int j = 1; j * j < i; j++) {
            s++;
        }
    }
    return s;
}
```

```
int f2(int n, int a) {
    if (n < 4) return a;
    int s = 0;
    for (int i = 0; i < 2; i++) {
        s += f2(n / 4, a + i * a);
    }
    for (int i = 0; i * i < n; i++) {
        s += i;
    }
    return s;
}
```

Dobrovoľný bonus:

Odvoďte zložitosť ako v príklade 2. Tu používam pole premennej veľkosti `std::vector<int>` z C++. Na vyriešenie príkladu ho nepotrebujete poznať, stačí vedieť, že "a" a "parent" sú polia dĺžky n.

```
std::vector<int> f3(const std::vector<int> &a) {
    int n = a.size();           // n je dĺžka pola a
    std::vector<int> parent(n); // vyrobime pole dĺžky n
    int j = 0, prev;

    for (int i = 1; i < n; i++) {
        parent[i] = i;
        prev = j;
        while (parent[j] < j && a[i] <= a[j]) {
            prev = j;
            j = parent[j];
        }
        if (parent[j] == j && a[j] > a[i]) {
            parent[j] = i;
        }
        else {
            parent[i] = j;
            if (prev != j)
                parent[prev] = i;
        }
        j = i;
    }
    return parent;
}
```